

Nom :

Prénom :

Durée : 2 heures ; tous documents autorisés

Le sujet doit être rendu à l'intérieur de la copie. Toute réponse qui n'y figurera pas ne sera pas prise en compte. Utilisez la copie pour de courts éléments de démonstration, si nécessaire ; les démonstrations explicitement demandées doivent figurer dans les cadres réservés sur le sujet, dont la taille devrait être suffisante.

## I. CNA à redistribution de charge (9 points)

### I.1. Principe (1 point)

On considère deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  ayant initialement à leurs bornes les tensions respectives  $V_{10}$  et  $V_{20}$  et portant donc sur leur armature supérieure  $Q_{10} = C_1 V_{10}$  et  $Q_{20} = C_2 V_{20}$  (figure 1 ci-contre). A un instant  $t_0$ , on ferme le commutateur  $S$ .

Montrez qu'après fermeture du commutateur, la tension  $V$  peut s'écrire :

$$V = V_{10} \frac{C_1}{C_1 + C_2} + V_{20} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

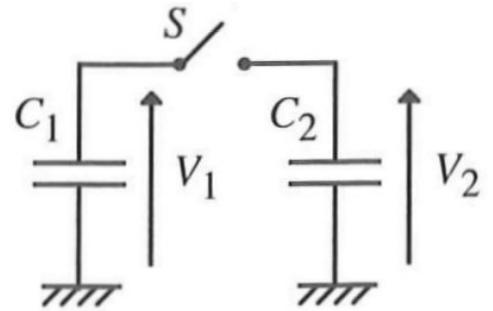


Figure 1

Après la fermeture,  $V_1 = V_2 = V$      $Q_1 = C_1 V$      $Q_2 = C_2 V$      $Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$

$Q_1 + Q_2 = Q_{10} + Q_{20} = C_1 V_{10} + C_2 V_{20}$   
d'où le résultat

### I.2. (8 points)

Un convertisseur numérique-analogique est constitué de quatre commutateurs ( $S_1$  à  $S_4$ ) commandés par les bits ( $a_1, \dots, a_n$ ) du mot à convertir, deux capacités  $C_1$  et  $C_2$ , et une tension de référence  $V_{\text{Réf}}$  (figure 2 ci-dessous). Les différents bits de l'information numérique sont présentés au convertisseur l'un après l'autre, dans l'ordre des poids croissants, au rythme d'un signal d'horloge. Pour une résolution de  $n$  bits, la conversion nécessite  $(n + 1)$  périodes d'horloge.

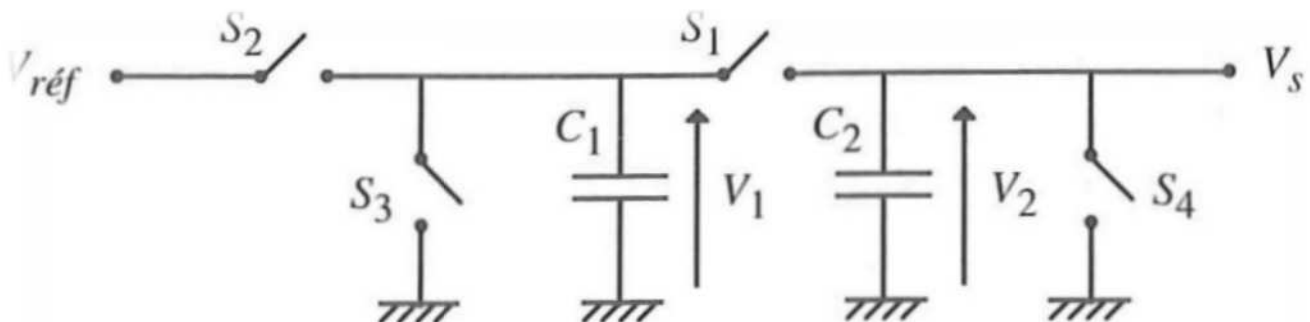


Figure 2

Nom :

Prénom :

Le fonctionnement est le suivant :

- 1<sup>ère</sup> période, utilisée pour l'initialisation :  $S_1, S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.
  - 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_4$  est fermé ;
  - 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_4$  est ouvert.

$S_4$  reste ensuite ouvert jusqu'à la fin de la conversion.

- 2<sup>ème</sup> période, utilisée pour le traitement du LSB  $a_n$ .

- 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_1$  est ouvert, donc  $V_2$  ne peut pas varier. Si  $a_n = 1$ ,  $S_2$  est fermé et  $S_3$  est ouvert. Si  $a_n = 0$ ,  $S_2$  est ouvert et  $S_3$  est fermé ;
- 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_1$  est fermé.  $S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.

Pour les périodes suivantes, le fonctionnement est le même que pour la deuxième période, mais c'est la valeur du bit  $a_{n-k+2}$  qui décide de l'état des commutateurs  $S_2$  et  $S_3$  lors de la première demi-période de la  $k$ -ième période (période numéro  $k$ ,  $k \geq 2$ ).

Le résultat de la conversion est la valeur finale de  $V_s$  (ou  $V_2$ ) quand tous les bits ont été traités. Les capacités  $C_1$  et  $C_2$  sont supposées égales ; ceci est impossible à réaliser strictement en pratique, d'où des erreurs (d'offset, de gain, ...) qui ne seront pas modélisées ici.

**I.2.a.** Déterminez la valeur de  $V_s$  à la fin de la période d'initialisation. (1 point)

$V_s = 0$
-----------

**I.2.b.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n$  et  $V_{Réf}$  : (2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_n V_{Réf}$	$V_s = 0$
---------------------	-----------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_n V_{Réf} / 2$	$V_s = a_n V_{Réf} / 2$
-------------------------	-------------------------

**I.2.c.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n, a_{n-1}$  et  $V_{Réf}$  : (2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_{n-1} V_{Réf}$	$V_s = a_n V_{Réf} / 2$
-------------------------	-------------------------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_{n-1} V_{Réf} / 2 + a_n V_{Réf} / 2^2$	$V_s = a_{n-1} V_{Réf} / 2 + a_n V_{Réf} / 2^2$
---	---

Nom :

Prénom :

I.2.d. Montrez que, à la fin de la  $(n + 1)^{ème}$  période,  $V_s$  peut s'exprimer en fonction de  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1$  et  $V_{Réf}$  sous la forme : (1 point)

$$V_s = V_{Réf} \left[ \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} \right]$$

**Lors de la k-ième période, c'est le bit  $a_{n-k+2}$  qui est présenté à l'entrée du convertisseur. A la fin de cette période, on a :**

$$V_s(k) = a_{n-k+2} V_{Réf} / 2 + V_s(k-1) / 2$$

$$V_s(n+1) = a_1 V_{Réf}/2 + V_s(n)/2 = a_1 V_{Réf} / 2 + a_2 V_{Réf} / 4 + V_s(n-1)/4$$

I.2.e. Donnez l'expression du quantum et celle de la pleine échelle PE. (1 point)

$q = V_{Réf} / 2^n$	$PE = V_{Réf}$
---------------------	----------------

I.2.f. Déterminez l'erreur d'offset (ou erreur de décalage). (0.5 points)

**Erreur Offset = 0**

I.2.g. L'erreur d'offset ayant été compensée (si nécessaire), déterminez l'erreur de gain. (0.5 points)

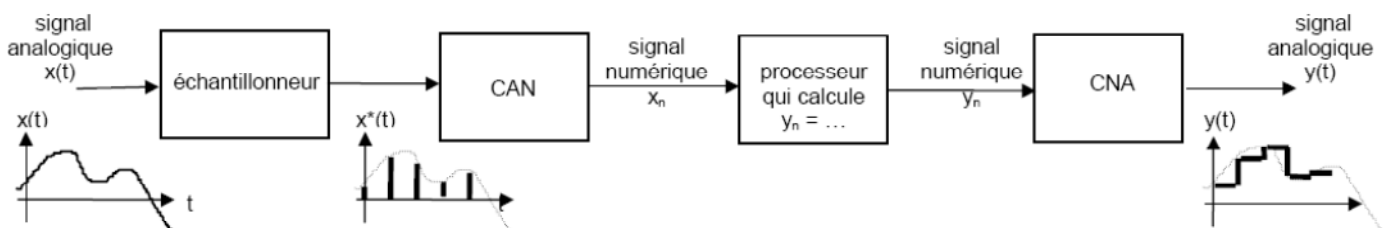
**Erreur de gain = 0**

## II. Etude d'un filtre numérique (4 points)

Un système de filtrage numérique échantillonne le signal analogique à la fréquence  $f_e = 1$  kHz et traite le signal numérique par l'algorithme :

$$y_n = 2 x_{n-1}$$

puis retransforme le signal numérique en signal analogique.



II.1. Déterminez l'expression de la fonction de transfert  $H(z)$  du filtre (0.5 point)

Nom :

Prénom :

$$H(z) = 2 z^{-1}$$

**II.2.** Pour un signal d'entrée sinusoïdal, dans quels intervalles la fréquence et la pulsation de ce signal peuvent-elles varier pour que la condition de Shannon reste respectée ? **(1 point)**

$f \in [0, 500 \text{ Hz}]$	$\omega \in [0, 3142 \text{ rd / s}]$
-----------------------------	---------------------------------------

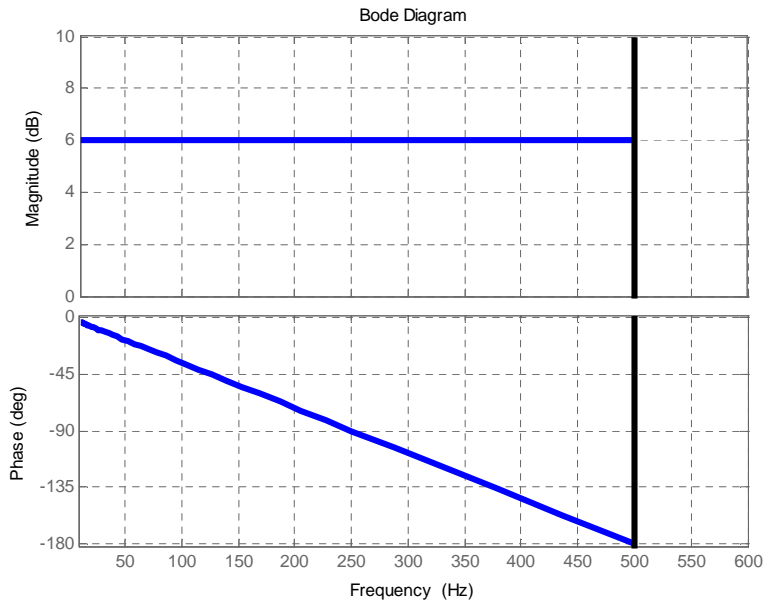
**II.3. (1 point)**

Donnez l'expression de la transmittance isochrone  $H(e^{j\omega T_e})$  (ou fonction de transfert en régime harmonique). **(0.5 point)**

On rappelle que l'expression de la transmittance isochrone s'obtient en remplaçant  $z$  par  $\exp(j \omega T_e)$  ( $T_e$  représentant la période d'échantillonnage) dans l'expression de  $H(z)$ .

$$H(e^{j\omega T_e}) = \exp(-j\omega T_e)$$

**II.4.** Tracez le diagramme de Bode du système (échelle linéaire en Hertz en abscisse) **(2 points)**



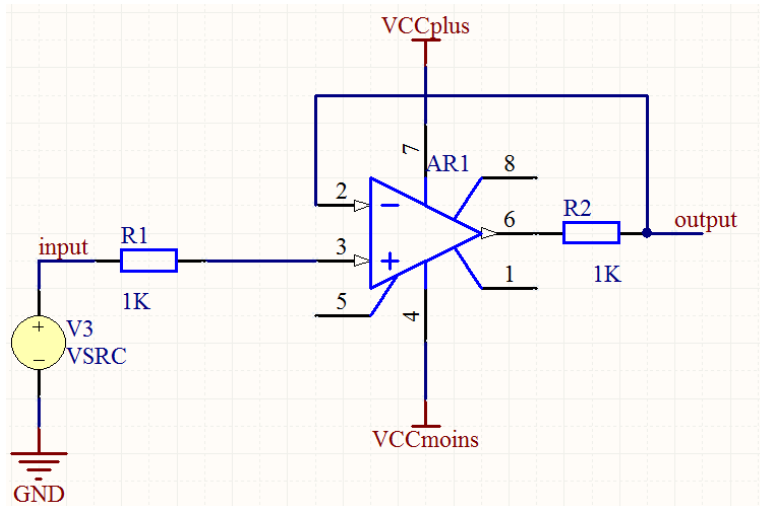
Nom :

Prénom :

### III. Caractéristiques d'amplificateurs (4.5 points)

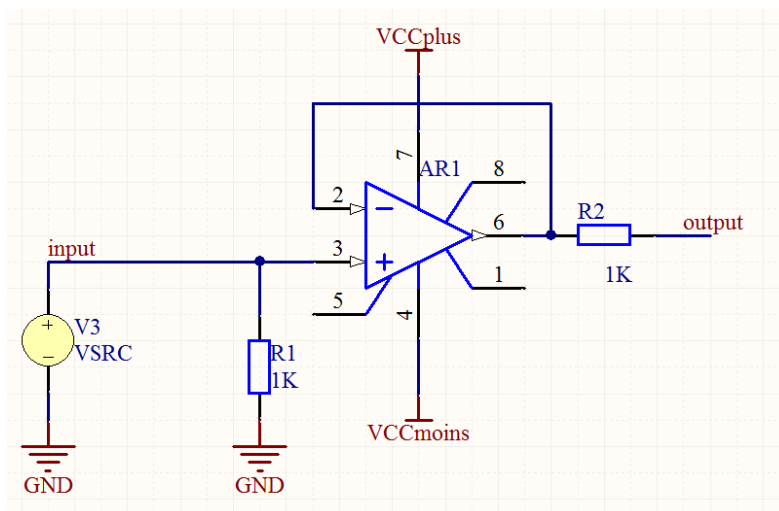
Dans les schémas suivants, l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal. Pour chacun des schémas proposés, on demande de donner, dans cet ordre, la résistance d'entrée, la résistance de sortie et l'amplification en tension à vide.

#### III.1. (0.75 point)



$R_e = \infty$	$R_s = 0$	$A_{V0} = 1$
----------------	-----------	--------------

#### III.2. (0.75 point)

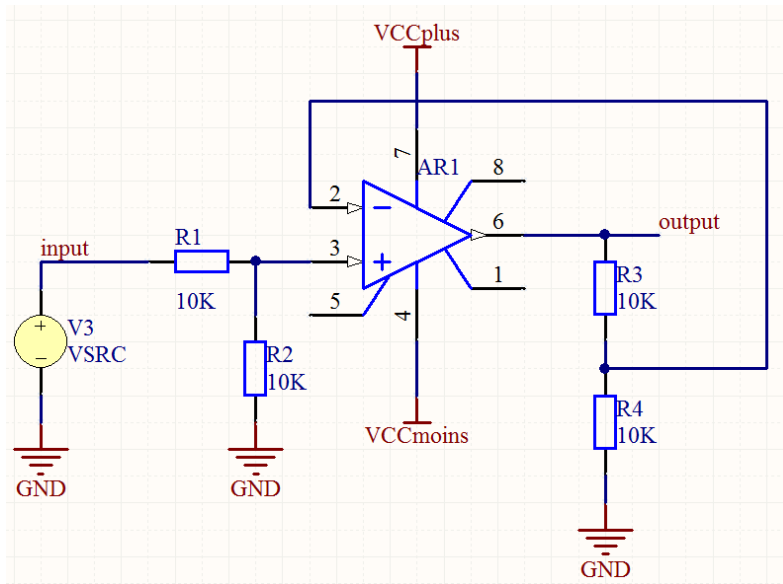


$R_e = 1 \text{ k}\Omega$	$R_s = 1 \text{ k}\Omega$	$A_{V0} = 1$
---------------------------	---------------------------	--------------

#### III.3. (1.5 point)

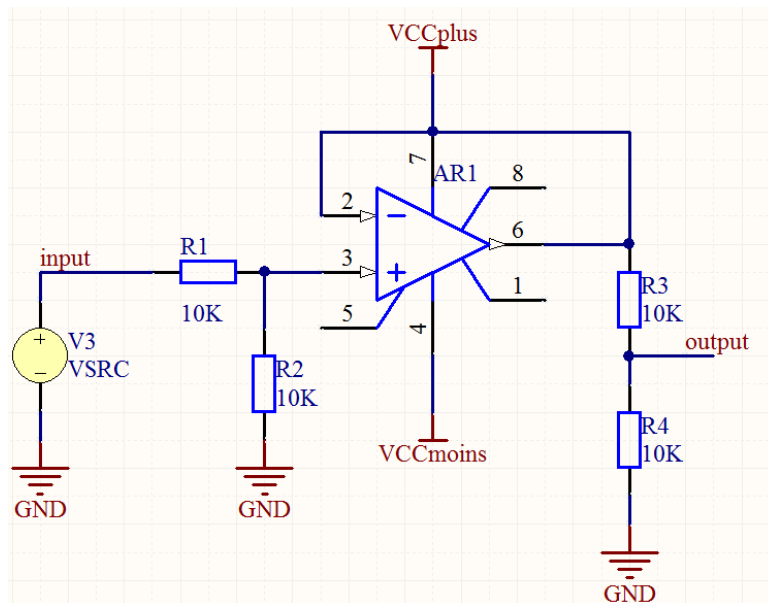
Nom :

Prénom :



$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 0$	$A_{v0} = 1$
----------------------------	-----------	--------------

III.5. (1.5 point)



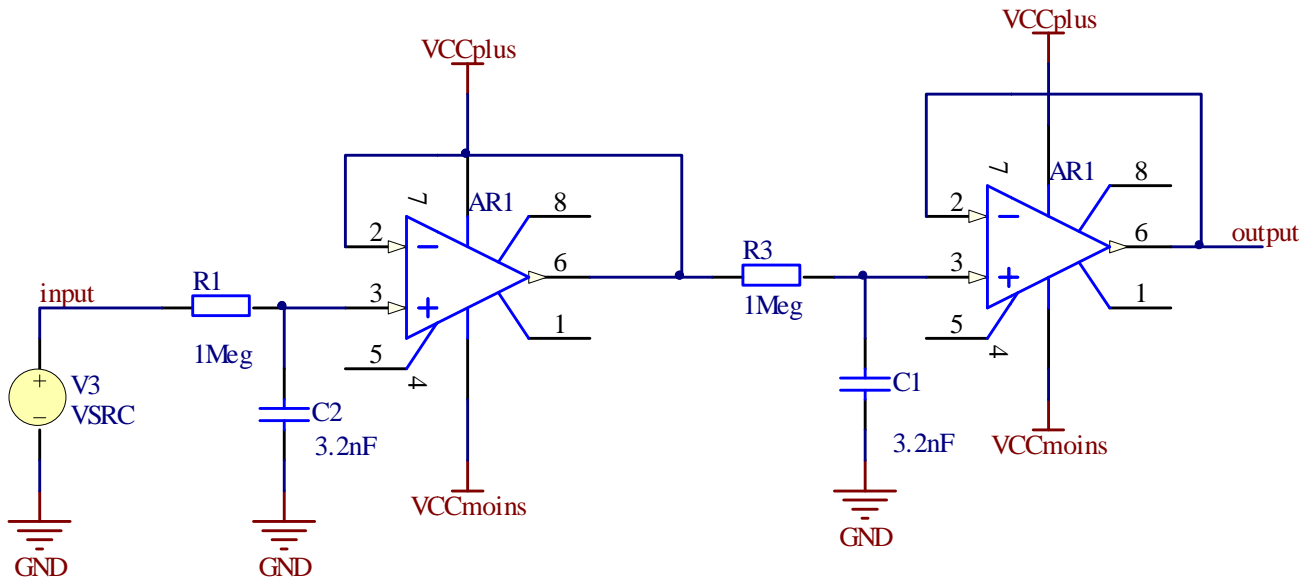
$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 5 \text{ k}\Omega$	$A_{v0} = 1/4$
----------------------------	---------------------------	----------------

Nom :

Prénom :

### IV. Filtre actif analogique (5 points)

Soit le filtre analogique actif dont le schéma est donné ci-dessous.



IV.1.a. Donnez l'expression de la fonction de transfert du filtre.

(1.5 point)

On posera :  $R_1 C_2 = R_3 C_1 = \tau$ .

$$T(p) = 1 / (1 + \tau p)^2$$

IV.1.b. Donnez (dans cet ordre) le type et l'ordre du filtre.

(1 point)

<b>Passe-bas</b>	<b>Ordre = 2</b>
------------------	------------------

IV.1.c. Donnez la valeur de la fréquence de coupure à - 6 dB.

(1 point)

$$f_{c-6} = 50 \text{ Hz}$$

IV.1.d. Donnez la valeur du module de l'impédance d'entrée du filtre à la fréquence de coupure.

(1.5 point)

$$Z_e = 1.4 \text{ M}\Omega$$

Nom :

Prénom :

Durée : 2 heures ; tous documents autorisés

Le sujet doit être rendu à l'intérieur de la copie. Toute réponse qui n'y figurera pas ne sera pas prise en compte. Utilisez la copie pour de courts éléments de démonstration, si nécessaire ; les démonstrations explicitement demandées doivent figurer dans les cadres réservés sur le sujet, dont la taille devrait être suffisante.

## I. CNA à redistribution de charge (9 points)

### I.1. Principe (1 point)

On considère deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  ayant initialement à leurs bornes les tensions respectives  $V_{10}$  et  $V_{20}$  et portant donc sur leur armature supérieure  $Q_{10} = C_1 V_{10}$  et  $Q_{20} = C_2 V_{20}$  (figure 1 ci-contre). A un instant  $t_0$ , on ferme le commutateur S.

Montrez qu'après fermeture du commutateur, la tension  $V$  peut s'écrire :

$$V = V_{10} \frac{C_1}{C_1 + C_2} + V_{20} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

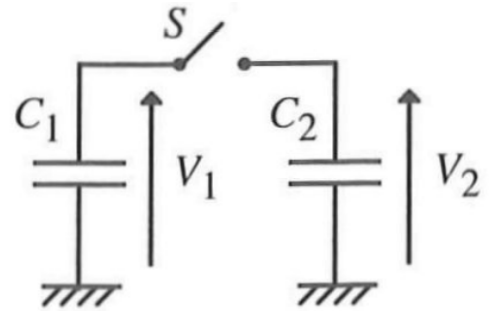


Figure 1

Après la fermeture,  $V_1 = V_2 = V$      $Q_1 = C_1 V$      $Q_2 = C_2 V$      $Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$

$Q_1 + Q_2 = Q_{10} + Q_{20} = C_1 V_{10} + C_2 V_{20}$   
d'où le résultat

### I.2. (8 points)

Un convertisseur numérique-analogique est constitué de quatre commutateurs ( $S_1$  à  $S_4$ ) commandés par les bits ( $a_1, \dots, a_n$ ) du mot à convertir, deux capacités  $C_1$  et  $C_2$ , et une tension de référence  $V_{Réf}$  (figure 2 ci-dessous). Les différents bits de l'information numérique sont présentés au convertisseur l'un après l'autre, dans l'ordre des poids croissants, au rythme d'un signal d'horloge. Pour une résolution de  $n$  bits, la conversion nécessite  $(n + 1)$  périodes d'horloge.

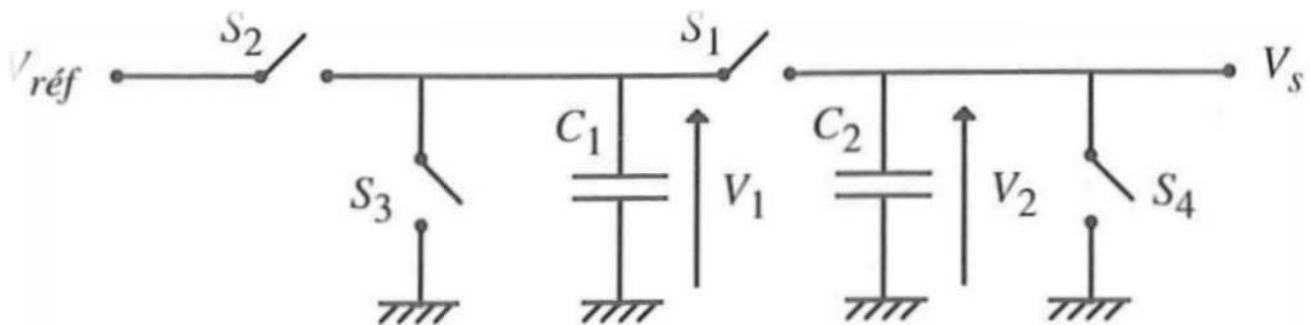


Figure 2



Nom :

Prénom :

Le fonctionnement est le suivant :

- 1<sup>ère</sup> période, utilisée pour l'initialisation :  $S_1, S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.
  - 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_4$  est fermé ;
  - 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_4$  est ouvert.

$S_4$  reste ensuite ouvert jusqu'à la fin de la conversion.

- 2<sup>ème</sup> période, utilisée pour le traitement du LSB  $a_n$ .

- 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_1$  est ouvert, donc  $V_2$  ne peut pas varier. Si  $a_n = 1$ ,  $S_2$  est fermé et  $S_3$  est ouvert. Si  $a_n = 0$ ,  $S_2$  est ouvert et  $S_3$  est fermé ;
- 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_1$  est fermé.  $S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.

Pour les périodes suivantes, le fonctionnement est le même que pour la deuxième période, mais c'est la valeur du bit  $a_{n-k+2}$  qui décide de l'état des commutateurs  $S_2$  et  $S_3$  lors de la première demi-période de la  $k$ -ième période (période numéro  $k$ ,  $k \geq 2$ ).

Le résultat de la conversion est la valeur finale de  $V_s$  (ou  $V_2$ ) quand tous les bits ont été traités. Les capacités  $C_1$  et  $C_2$  sont supposées égales ; ceci est impossible à réaliser strictement en pratique, d'où des erreurs (d'offset, de gain, ...) qui ne seront pas modélisées ici.

**I.2.a.** Déterminez la valeur de  $V_s$  à la fin de la période d'initialisation.

(1 point)

$V_s = 0$
-----------

**I.2.b.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n$  et  $V_{\text{Réf}}$  :

(2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_n V_{\text{Réf}}$	$V_s = 0$
----------------------------	-----------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_n V_{\text{Réf}} / 2$	$V_s = a_n V_{\text{Réf}} / 2$
--------------------------------	--------------------------------

**I.2.c.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n, a_{n-1}$  et  $V_{\text{Réf}}$  :

(2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_{n-1} V_{\text{Réf}}$	$V_s = a_n V_{\text{Réf}} / 2$
--------------------------------	--------------------------------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_{n-1} V_{\text{Réf}} / 2 + a_n V_{\text{Réf}} / 2^2$	$V_s = a_{n-1} V_{\text{Réf}} / 2 + a_n V_{\text{Réf}} / 2^2$
---	---

Nom :

Prénom :

I.2.d. Montrez que, à la fin de la  $(n + 1)^{ème}$  période,  $V_s$  peut s'exprimer en fonction de  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1$  et  $V_{Réf}$  sous la forme : (1 point)

$$V_s = V_{Réf} \left[ \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} \right]$$

**Lors de la k-ième période, c'est le bit  $a_{n-k+2}$  qui est présenté à l'entrée du convertisseur. A la fin de cette période, on a :**

$$V_s(k) = a_{n-k+2} V_{Réf} / 2 + V_s(k-1) / 2$$

$$V_s(n+1) = a_1 V_{Réf}/2 + V_s(n)/2 = a_1 V_{Réf} / 2 + a_2 V_{Réf} / 4 + V_s(n-1)/4$$

I.2.e. Donnez l'expression du quantum et celle de la pleine échelle PE. (1 point)

$q = V_{Réf} / 2^n$	$PE = V_{Réf}$
---------------------	----------------

I.2.f. Déterminez l'erreur d'offset (ou erreur de décalage). (0.5 points)

**Erreur Offset = 0**

I.2.g. L'erreur d'offset ayant été compensée (si nécessaire), déterminez l'erreur de gain. (0.5 points)

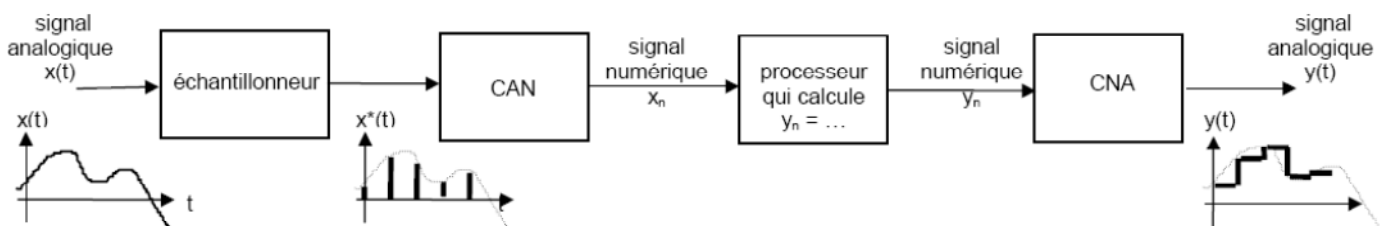
**Erreur de gain = 0**

## II. Etude d'un filtre numérique (4 points)

Un système de filtrage numérique échantillonne le signal analogique à la fréquence  $f_e = 1$  kHz et traite le signal numérique par l'algorithme :

$$y_n = 2 x_{n-1}$$

puis retransforme le signal numérique en signal analogique.



II.1. Déterminez l'expression de la fonction de transfert  $H(z)$  du filtre (0.5 point)

Nom :

Prénom :

$$H(z) = 2 z^{-1}$$

II.2. Pour un signal d'entrée sinusoïdal, dans quels intervalles la fréquence et la pulsation de ce signal peuvent-elles varier pour que la condition de Shannon reste respectée ? (1 point)

$f \in [0, 500 \text{ Hz}]$	$\omega \in [0, 3142 \text{ rd / s}]$
-----------------------------	---------------------------------------

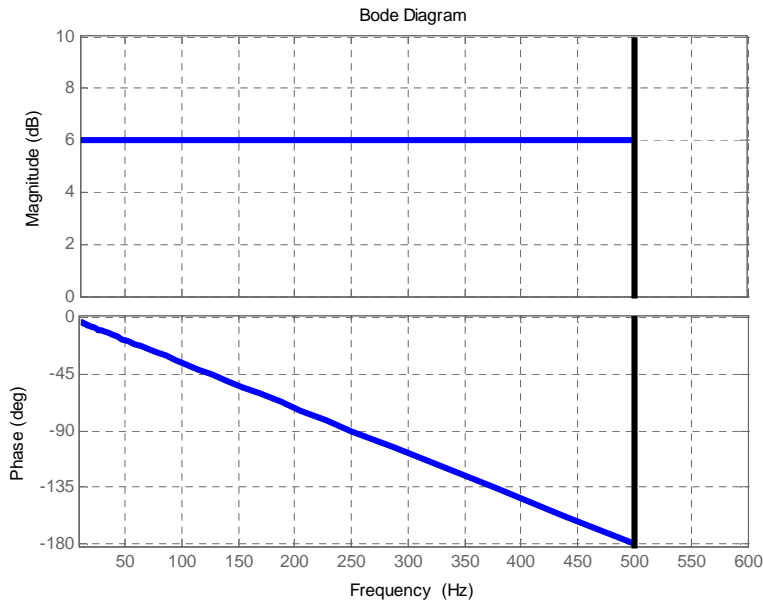
II.3. (1 point)

Donnez l'expression de la transmittance isochrone  $H(e^{j\omega T_e})$  (ou fonction de transfert en régime harmonique). (0.5 point)

On rappelle que l'expression de la transmittance isochrone s'obtient en remplaçant  $z$  par  $\exp(j \omega T_e)$  ( $T_e$  représentant la période d'échantillonnage) dans l'expression de  $H(z)$ .

$$H(e^{j\omega T_e}) = \exp(-j\omega T_e)$$

II.4. Tracez le diagramme de Bode du système (échelle linéaire en Hertz en abscisse) (2 points)



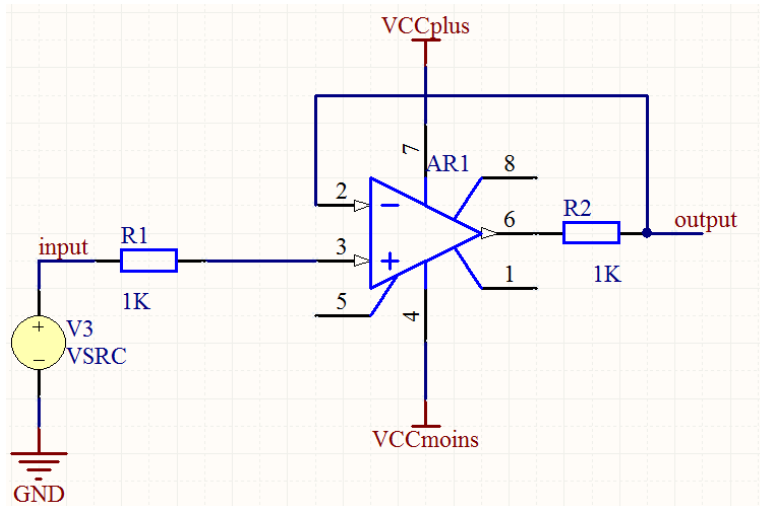
Nom :

Prénom :

### III. Caractéristiques d'amplificateurs (4.5 points)

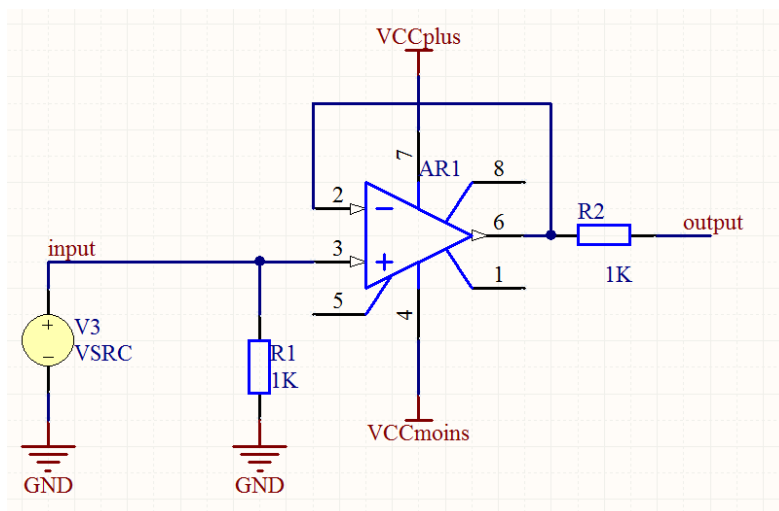
Dans les schémas suivants, l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal. Pour chacun des schémas proposés, on demande de donner, dans cet ordre, la résistance d'entrée, la résistance de sortie et l'amplification en tension à vide.

#### III.1. (0.75 point)



$R_e = \infty$	$R_s = 0$	$A_{V0} = 1$
----------------	-----------	--------------

#### III.2. (0.75 point)

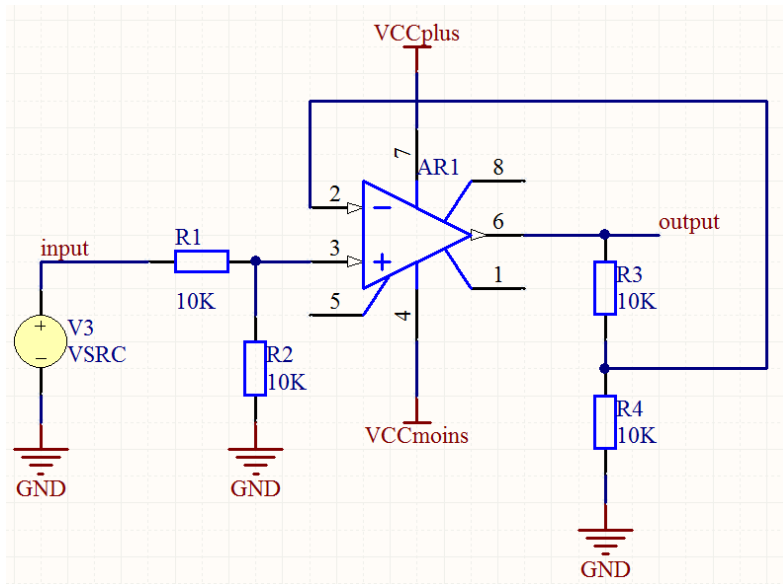


$R_e = 1 \text{ k}\Omega$	$R_s = 1 \text{ k}\Omega$	$A_{V0} = 1$
---------------------------	---------------------------	--------------

#### III.3. (1.5 point)

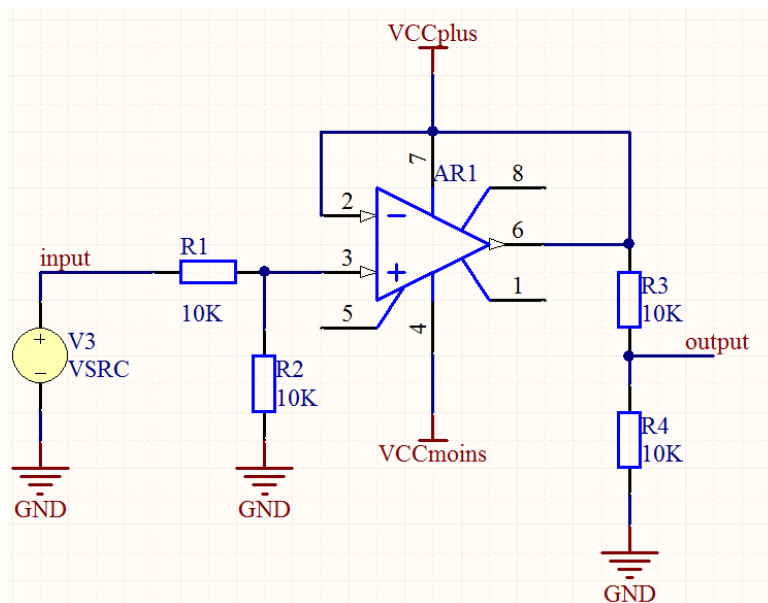
Nom :

Prénom :



$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 0$	$A_{v0} = 1$
----------------------------	-----------	--------------

III.5. (1.5 point)



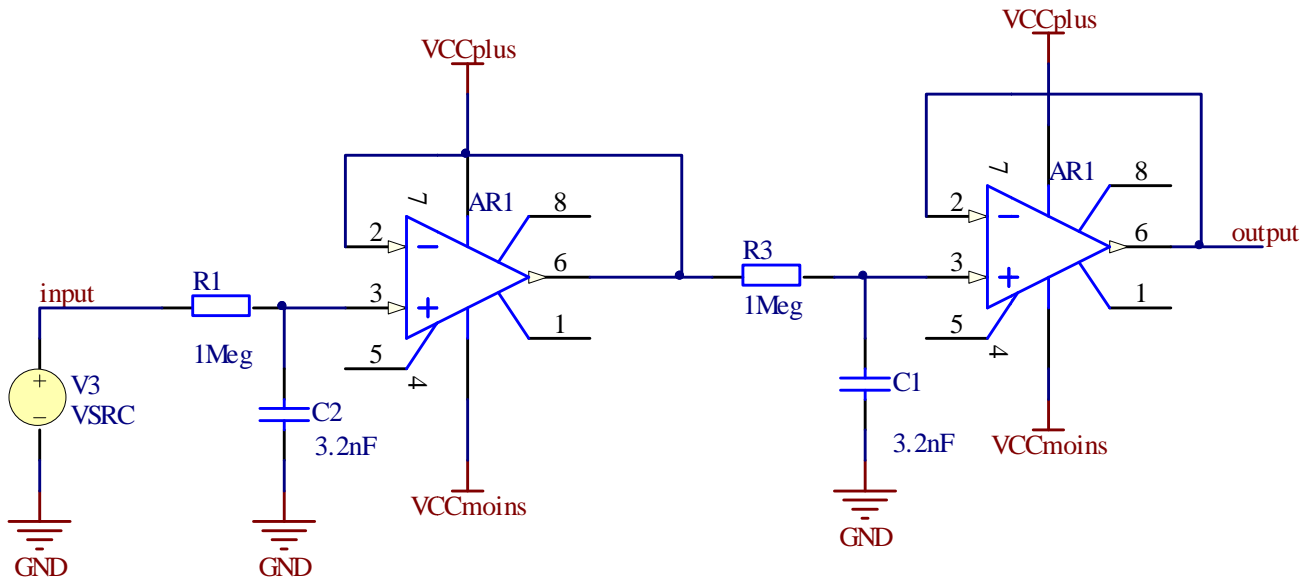
$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 5 \text{ k}\Omega$	$A_{v0} = 1/4$
----------------------------	---------------------------	----------------

Nom :

Prénom :

### IV. Filtre actif analogique (5 points)

Soit le filtre analogique actif dont le schéma est donné ci-dessous.



IV.1.a. Donnez l'expression de la fonction de transfert du filtre.

(1.5 point)

On posera :  $R_1 C_2 = R_3 C_1 = \tau$ .

$$T(p) = 1 / (1 + \tau p)^2$$

IV.1.b. Donnez (dans cet ordre) le type et l'ordre du filtre.

(1 point)

<b>Passe-bas</b>	<b>Ordre = 2</b>
------------------	------------------

IV.1.c. Donnez la valeur de la fréquence de coupure à - 6 dB.

(1 point)

$$f_{c-6} = 50 \text{ Hz}$$

IV.1.d. Donnez la valeur du module de l'impédance d'entrée du filtre à la fréquence de coupure.

(1.5 point)

$$Z_e = 1.4 \text{ M}\Omega$$

Nom :

Prénom :

Durée : 2 heures ; tous documents autorisés

Le sujet doit être rendu à l'intérieur de la copie. Toute réponse qui n'y figurera pas ne sera pas prise en compte. Utilisez la copie pour de courts éléments de démonstration, si nécessaire ; les démonstrations explicitement demandées doivent figurer dans les cadres réservés sur le sujet, dont la taille devrait être suffisante.

## I. CNA à redistribution de charge (9 points)

### I.1. Principe (1 point)

On considère deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  ayant initialement à leurs bornes les tensions respectives  $V_{10}$  et  $V_{20}$  et portant donc sur leur armature supérieure  $Q_{10} = C_1 V_{10}$  et  $Q_{20} = C_2 V_{20}$  (figure 1 ci-contre). A un instant  $t_0$ , on ferme le commutateur S.

Montrez qu'après fermeture du commutateur, la tension  $V$  peut s'écrire :

$$V = V_{10} \frac{C_1}{C_1 + C_2} + V_{20} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

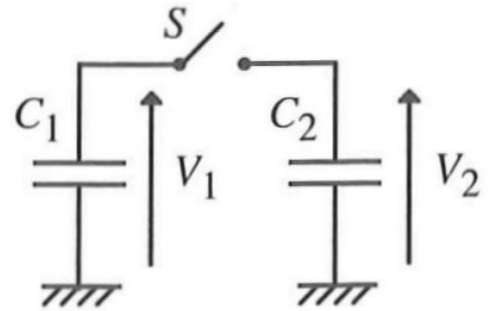


Figure 1

Après la fermeture,  $V_1 = V_2 = V$      $Q_1 = C_1 V$      $Q_2 = C_2 V$      $Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$

$Q_1 + Q_2 = Q_{10} + Q_{20} = C_1 V_{10} + C_2 V_{20}$   
d'où le résultat

### I.2. (8 points)

Un convertisseur numérique-analogique est constitué de quatre commutateurs ( $S_1$  à  $S_4$ ) commandés par les bits ( $a_1, \dots, a_n$ ) du mot à convertir, deux capacités  $C_1$  et  $C_2$ , et une tension de référence  $V_{Réf}$  (figure 2 ci-dessous). Les différents bits de l'information numérique sont présentés au convertisseur l'un après l'autre, dans l'ordre des poids croissants, au rythme d'un signal d'horloge. Pour une résolution de  $n$  bits, la conversion nécessite  $(n + 1)$  périodes d'horloge.

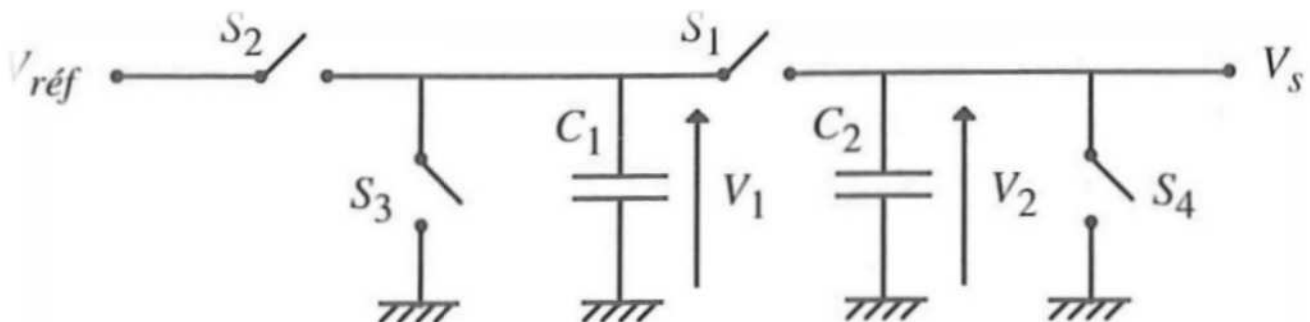


Figure 2

Nom :

Prénom :

Le fonctionnement est le suivant :

- 1<sup>ère</sup> période, utilisée pour l'initialisation :  $S_1, S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.
  - 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_4$  est fermé ;
  - 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_4$  est ouvert.

$S_4$  reste ensuite ouvert jusqu'à la fin de la conversion.

- 2<sup>ème</sup> période, utilisée pour le traitement du LSB  $a_n$ .

- 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_1$  est ouvert, donc  $V_2$  ne peut pas varier. Si  $a_n = 1$ ,  $S_2$  est fermé et  $S_3$  est ouvert. Si  $a_n = 0$ ,  $S_2$  est ouvert et  $S_3$  est fermé ;
- 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_1$  est fermé.  $S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.

Pour les périodes suivantes, le fonctionnement est le même que pour la deuxième période, mais c'est la valeur du bit  $a_{n-k+2}$  qui décide de l'état des commutateurs  $S_2$  et  $S_3$  lors de la première demi-période de la  $k$ -ième période (période numéro  $k$ ,  $k \geq 2$ ).

Le résultat de la conversion est la valeur finale de  $V_s$  (ou  $V_2$ ) quand tous les bits ont été traités. Les capacités  $C_1$  et  $C_2$  sont supposées égales ; ceci est impossible à réaliser strictement en pratique, d'où des erreurs (d'offset, de gain, ...) qui ne seront pas modélisées ici.

**I.2.a.** Déterminez la valeur de  $V_s$  à la fin de la période d'initialisation. (1 point)

$V_s = 0$
-----------

**I.2.b.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n$  et  $V_{Réf}$  : (2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_n V_{Réf}$	$V_s = 0$
---------------------	-----------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_n V_{Réf} / 2$	$V_s = a_n V_{Réf} / 2$
-------------------------	-------------------------

**I.2.c.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n, a_{n-1}$  et  $V_{Réf}$  : (2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_{n-1} V_{Réf}$	$V_s = a_n V_{Réf} / 2$
-------------------------	-------------------------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_{n-1} V_{Réf} / 2 + a_n V_{Réf} / 2^2$	$V_s = a_{n-1} V_{Réf} / 2 + a_n V_{Réf} / 2^2$
---	---



Nom :

Prénom :

I.2.d. Montrez que, à la fin de la  $(n + 1)^{ème}$  période,  $V_s$  peut s'exprimer en fonction de  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1$  et  $V_{Réf}$  sous la forme : (1 point)

$$V_s = V_{Réf} \left[ \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} \right]$$

**Lors de la k-ième période, c'est le bit  $a_{n-k+2}$  qui est présenté à l'entrée du convertisseur. A la fin de cette période, on a :**

$$V_s(k) = a_{n-k+2} V_{Réf} / 2 + V_s(k-1) / 2$$

$$V_s(n+1) = a_1 V_{Réf}/2 + V_s(n)/2 = a_1 V_{Réf} / 2 + a_2 V_{Réf} / 4 + V_s(n-1)/4$$

I.2.e. Donnez l'expression du quantum et celle de la pleine échelle PE. (1 point)

$q = V_{Réf} / 2^n$	$PE = V_{Réf}$
---------------------	----------------

I.2.f. Déterminez l'erreur d'offset (ou erreur de décalage). (0.5 points)

**Erreur Offset = 0**

I.2.g. L'erreur d'offset ayant été compensée (si nécessaire), déterminez l'erreur de gain. (0.5 points)

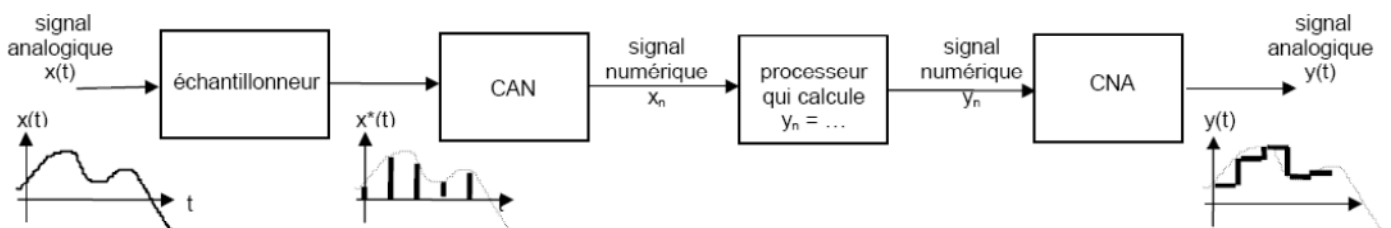
**Erreur de gain = 0**

## II. Etude d'un filtre numérique (4 points)

Un système de filtrage numérique échantillonne le signal analogique à la fréquence  $f_e = 1$  kHz et traite le signal numérique par l'algorithme :

$$y_n = 2 x_{n-1}$$

puis retransforme le signal numérique en signal analogique.



II.1. Déterminez l'expression de la fonction de transfert  $H(z)$  du filtre (0.5 point)

Nom :

Prénom :

$$H(z) = 2 z^{-1}$$

II.2. Pour un signal d'entrée sinusoïdal, dans quels intervalles la fréquence et la pulsation de ce signal peuvent-elles varier pour que la condition de Shannon reste respectée ? (1 point)

$f \in [0, 500 \text{ Hz}]$	$\omega \in [0, 3142 \text{ rd / s}]$
-----------------------------	---------------------------------------

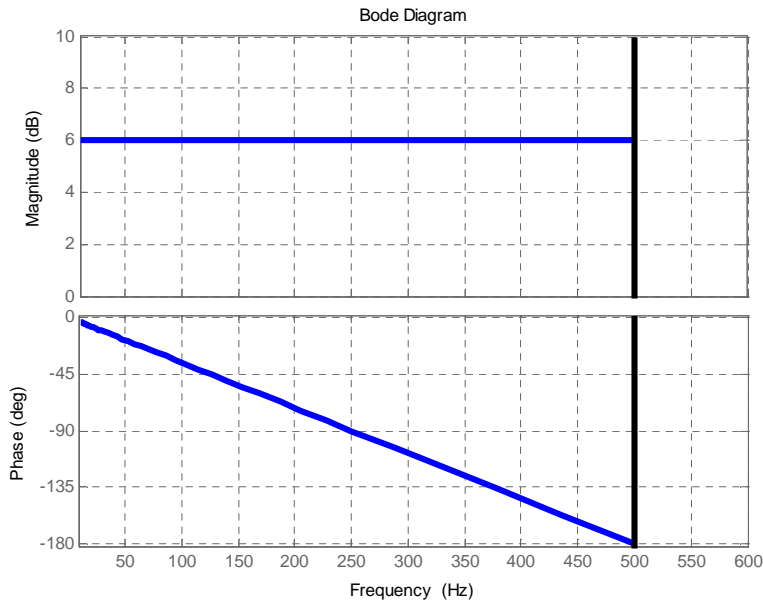
II.3. (1 point)

Donnez l'expression de la transmittance isochrone  $H(e^{j\omega T_e})$  (ou fonction de transfert en régime harmonique). (0.5 point)

On rappelle que l'expression de la transmittance isochrone s'obtient en remplaçant  $z$  par  $\exp(j \omega T_e)$  ( $T_e$  représentant la période d'échantillonnage) dans l'expression de  $H(z)$ .

$$H(e^{j\omega T_e}) = \exp(-j\omega T_e)$$

II.4. Tracez le diagramme de Bode du système (échelle linéaire en Hertz en abscisse) (2 points)



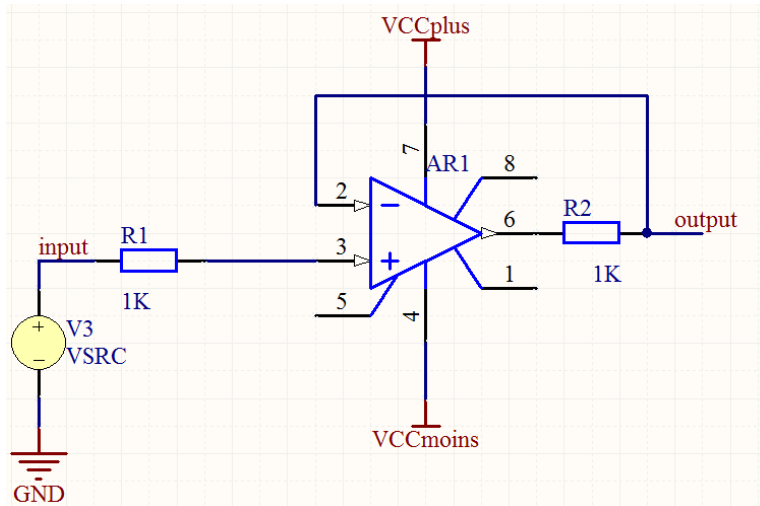
Nom :

Prénom :

### III. Caractéristiques d'amplificateurs (4.5 points)

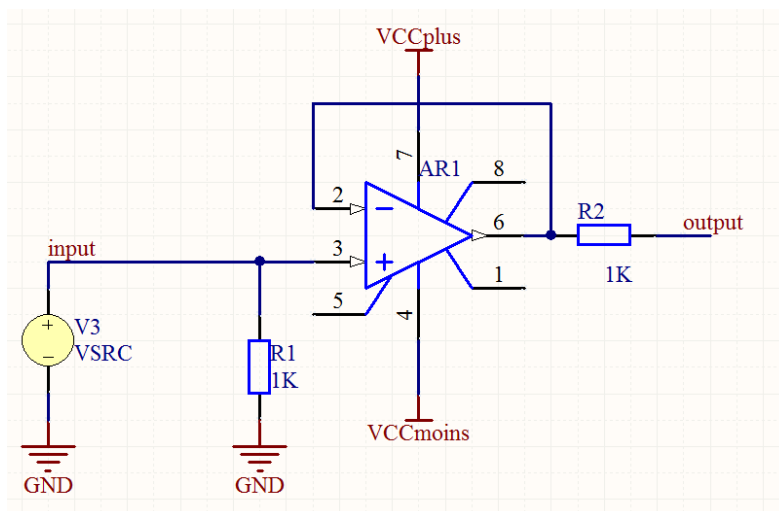
Dans les schémas suivants, l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal. Pour chacun des schémas proposés, on demande de donner, dans cet ordre, la résistance d'entrée, la résistance de sortie et l'amplification en tension à vide.

#### III.1. (0.75 point)



$R_e = \infty$	$R_s = 0$	$A_{V0} = 1$
----------------	-----------	--------------

#### III.2. (0.75 point)

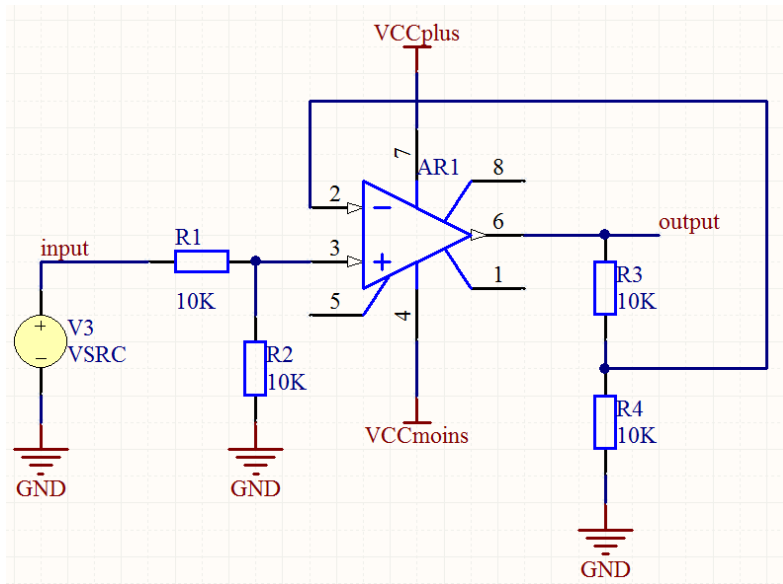


$R_e = 1 \text{ k}\Omega$	$R_s = 1 \text{ k}\Omega$	$A_{V0} = 1$
---------------------------	---------------------------	--------------

#### III.3. (1.5 point)

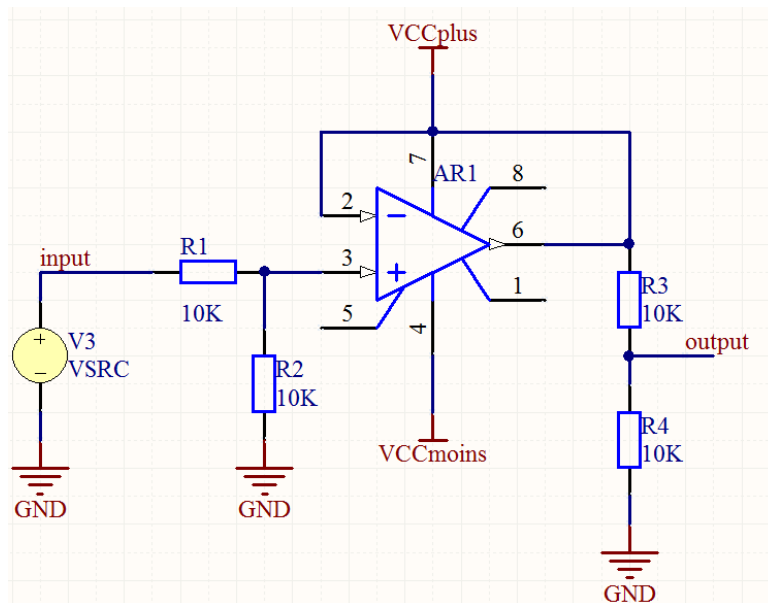
Nom :

Prénom :



$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 0$	$A_{v0} = 1$
----------------------------	-----------	--------------

III.5. (1.5 point)



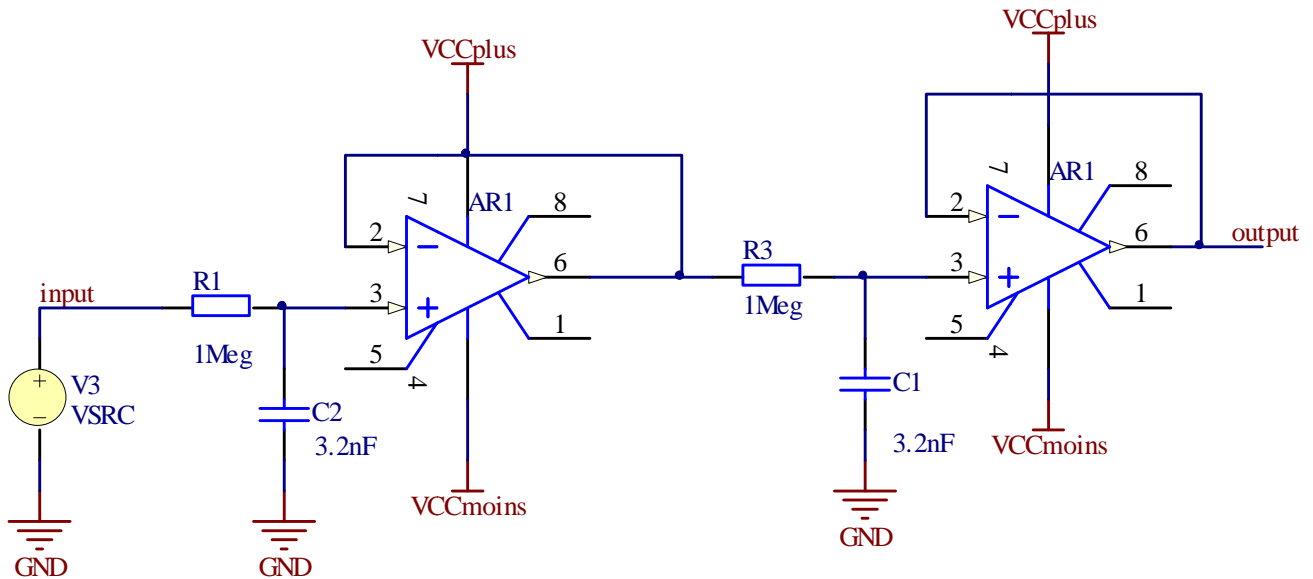
$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 5 \text{ k}\Omega$	$A_{v0} = 1/4$
----------------------------	---------------------------	----------------

Nom :

Prénom :

### IV. Filtre actif analogique (5 points)

Soit le filtre analogique actif dont le schéma est donné ci-dessous.



IV.1.a. Donnez l'expression de la fonction de transfert du filtre.

(1.5 point)

On posera :  $R_1 C_2 = R_3 C_1 = \tau$ .

$$T(p) = 1 / (1 + \tau p)^2$$

IV.1.b. Donnez (dans cet ordre) le type et l'ordre du filtre.

(1 point)

<b>Passe-bas</b>	<b>Ordre = 2</b>
------------------	------------------

IV.1.c. Donnez la valeur de la fréquence de coupure à - 6 dB.

(1 point)

$$f_{c-6} = 50 \text{ Hz}$$

IV.1.d. Donnez la valeur du module de l'impédance d'entrée du filtre à la fréquence de coupure.

(1.5 point)

$$Z_e = 1.4 \text{ M}\Omega$$

Nom :

Prénom :

Durée : 2 heures ; tous documents autorisés

Le sujet doit être rendu à l'intérieur de la copie. Toute réponse qui n'y figurera pas ne sera pas prise en compte. Utilisez la copie pour de courts éléments de démonstration, si nécessaire ; les démonstrations explicitement demandées doivent figurer dans les cadres réservés sur le sujet, dont la taille devrait être suffisante.

## I. CNA à redistribution de charge (9 points)

### I.1. Principe (1 point)

On considère deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  ayant initialement à leurs bornes les tensions respectives  $V_{10}$  et  $V_{20}$  et portant donc sur leur armature supérieure  $Q_{10} = C_1 V_{10}$  et  $Q_{20} = C_2 V_{20}$  (figure 1 ci-contre). A un instant  $t_0$ , on ferme le commutateur  $S$ .

Montrez qu'après fermeture du commutateur, la tension  $V$  peut s'écrire :

$$V = V_{10} \frac{C_1}{C_1 + C_2} + V_{20} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

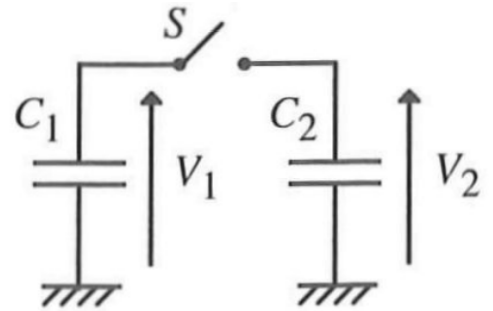


Figure 1

Après la fermeture,  $V_1 = V_2 = V$      $Q_1 = C_1 V$      $Q_2 = C_2 V$      $Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$

$Q_1 + Q_2 = Q_{10} + Q_{20} = C_1 V_{10} + C_2 V_{20}$   
d'où le résultat

### I.2. (8 points)

Un convertisseur numérique-analogique est constitué de quatre commutateurs ( $S_1$  à  $S_4$ ) commandés par les bits ( $a_1, \dots, a_n$ ) du mot à convertir, deux capacités  $C_1$  et  $C_2$ , et une tension de référence  $V_{Réf}$  (figure 2 ci-dessous). Les différents bits de l'information numérique sont présentés au convertisseur l'un après l'autre, dans l'ordre des poids croissants, au rythme d'un signal d'horloge. Pour une résolution de  $n$  bits, la conversion nécessite  $(n + 1)$  périodes d'horloge.

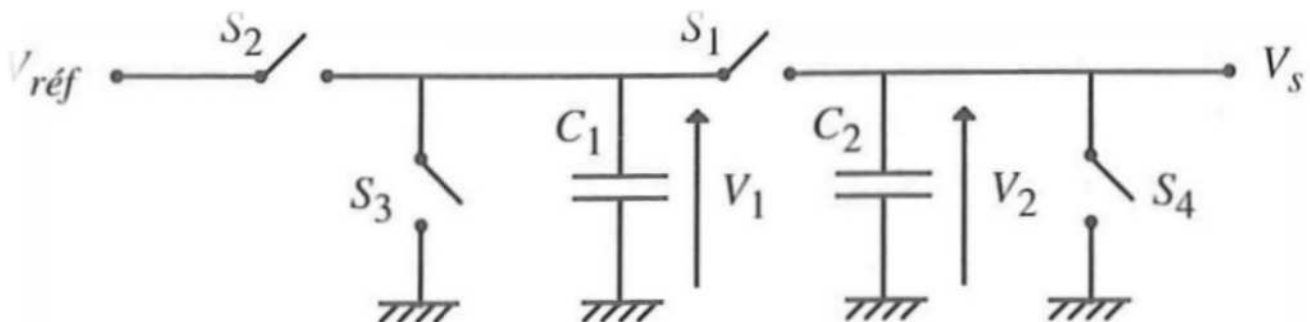


Figure 2

Nom :

Prénom :

Le fonctionnement est le suivant :

- 1<sup>ère</sup> période, utilisée pour l'initialisation :  $S_1, S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.
  - 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_4$  est fermé ;
  - 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_4$  est ouvert.

$S_4$  reste ensuite ouvert jusqu'à la fin de la conversion.

- 2<sup>ème</sup> période, utilisée pour le traitement du LSB  $a_n$ .

- 1<sup>ère</sup> demi-période :  $S_1$  est ouvert, donc  $V_2$  ne peut pas varier. Si  $a_n = 1$ ,  $S_2$  est fermé et  $S_3$  est ouvert. Si  $a_n = 0$ ,  $S_2$  est ouvert et  $S_3$  est fermé ;
- 2<sup>ème</sup> demi-période :  $S_1$  est fermé.  $S_2$  et  $S_3$  sont ouverts.

Pour les périodes suivantes, le fonctionnement est le même que pour la deuxième période, mais c'est la valeur du bit  $a_{n-k+2}$  qui décide de l'état des commutateurs  $S_2$  et  $S_3$  lors de la première demi-période de la  $k$ -ième période (période numéro  $k$ ,  $k \geq 2$ ).

Le résultat de la conversion est la valeur finale de  $V_s$  (ou  $V_2$ ) quand tous les bits ont été traités. Les capacités  $C_1$  et  $C_2$  sont supposées égales ; ceci est impossible à réaliser strictement en pratique, d'où des erreurs (d'offset, de gain, ...) qui ne seront pas modélisées ici.

**I.2.a.** Déterminez la valeur de  $V_s$  à la fin de la période d'initialisation.

(1 point)

$V_s = 0$
-----------

**I.2.b.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n$  et  $V_{\text{Réf}}$  :

(2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_n V_{\text{Réf}}$	$V_s = 0$
----------------------------	-----------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 2<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_n V_{\text{Réf}} / 2$	$V_s = a_n V_{\text{Réf}} / 2$
--------------------------------	--------------------------------

**I.2.c.** Exprimez  $V_1$  et  $V_s$  en fonction de  $a_n, a_{n-1}$  et  $V_{\text{Réf}}$  :

(2 points)

- à la fin de la 1<sup>ère</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période ;

$V_1 = a_{n-1} V_{\text{Réf}}$	$V_s = a_n V_{\text{Réf}} / 2$
--------------------------------	--------------------------------

- à la fin de la 2<sup>ème</sup> demi-période de la 3<sup>ème</sup> période.

$V_1 = a_{n-1} V_{\text{Réf}} / 2 + a_n V_{\text{Réf}} / 2^2$	$V_s = a_{n-1} V_{\text{Réf}} / 2 + a_n V_{\text{Réf}} / 2^2$
---	---

Nom :

Prénom :

I.2.d. Montrez que, à la fin de la  $(n + 1)^{ème}$  période,  $V_s$  peut s'exprimer en fonction de  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1$  et  $V_{Réf}$  sous la forme : (1 point)

$$V_s = V_{Réf} \left[ \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} \right]$$

**Lors de la k-ième période, c'est le bit  $a_{n-k+2}$  qui est présenté à l'entrée du convertisseur. A la fin de cette période, on a :**

$$V_s(k) = a_{n-k+2} V_{Réf} / 2 + V_s(k-1) / 2$$

$$V_s(n+1) = a_1 V_{Réf}/2 + V_s(n)/2 = a_1 V_{Réf} / 2 + a_2 V_{Réf} / 4 + V_s(n-1)/4$$

I.2.e. Donnez l'expression du quantum et celle de la pleine échelle PE. (1 point)

$q = V_{Réf} / 2^n$	$PE = V_{Réf}$
---------------------	----------------

I.2.f. Déterminez l'erreur d'offset (ou erreur de décalage). (0.5 points)

**Erreur Offset = 0**

I.2.g. L'erreur d'offset ayant été compensée (si nécessaire), déterminez l'erreur de gain. (0.5 points)

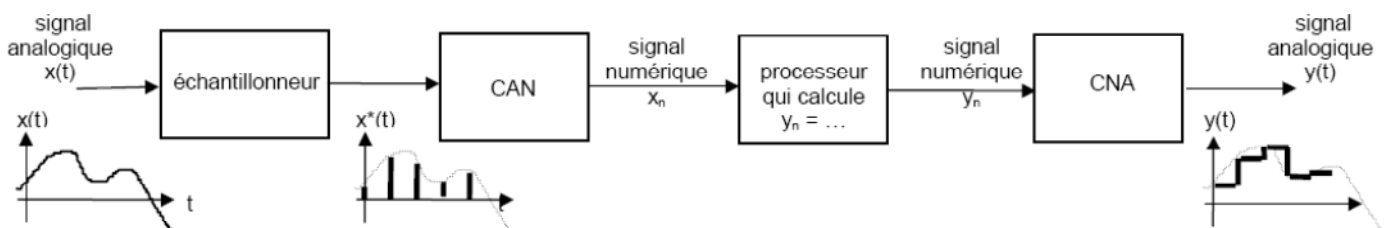
**Erreur de gain = 0**

## II. Etude d'un filtre numérique (4 points)

Un système de filtrage numérique échantillonne le signal analogique à la fréquence  $f_e = 1$  kHz et traite le signal numérique par l'algorithme :

$$y_n = 2 x_{n-1}$$

puis retransforme le signal numérique en signal analogique.



II.1. Déterminez l'expression de la fonction de transfert  $H(z)$  du filtre (0.5 point)



Nom :

Prénom :

$$H(z) = 2 z^{-1}$$

II.2. Pour un signal d'entrée sinusoïdal, dans quels intervalles la fréquence et la pulsation de ce signal peuvent-elles varier pour que la condition de Shannon reste respectée ? (1 point)

$f \in [0, 500 \text{ Hz}]$	$\omega \in [0, 3142 \text{ rd / s}]$
-----------------------------	---------------------------------------

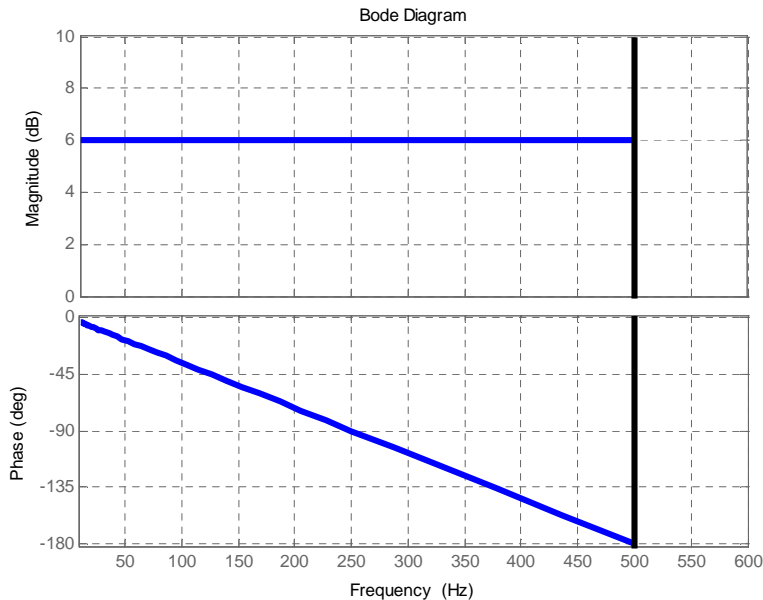
II.3. (1 point)

Donnez l'expression de la transmittance isochrone  $H(e^{j\omega T_e})$  (ou fonction de transfert en régime harmonique). (0.5 point)

On rappelle que l'expression de la transmittance isochrone s'obtient en remplaçant  $z$  par  $\exp(j \omega T_e)$  ( $T_e$  représentant la période d'échantillonnage) dans l'expression de  $H(z)$ .

$$H(e^{j\omega T_e}) = \exp(-j\omega T_e)$$

II.4. Tracez le diagramme de Bode du système (échelle linéaire en Hertz en abscisse) (2 points)



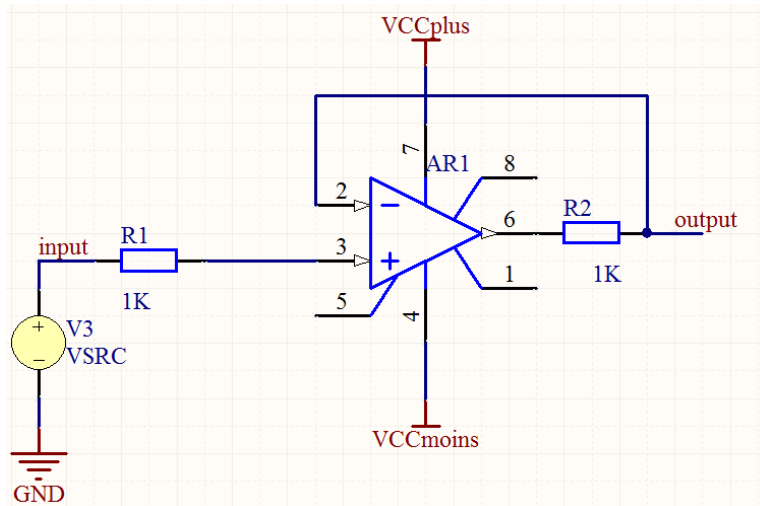
Nom :

Prénom :

### III. Caractéristiques d'amplificateurs (4.5 points)

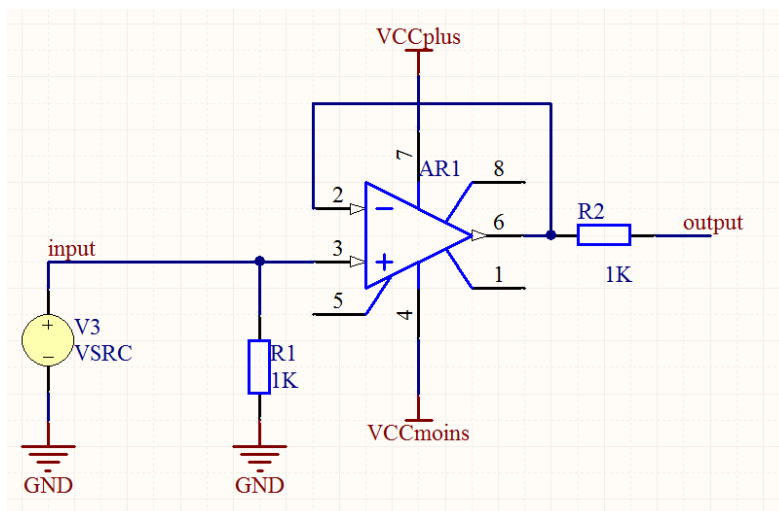
Dans les schémas suivants, l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal. Pour chacun des schémas proposés, on demande de donner, dans cet ordre, la résistance d'entrée, la résistance de sortie et l'amplification en tension à vide.

#### III.1. (0.75 point)



$R_e = \infty$	$R_s = 0$	$A_{V0} = 1$
----------------	-----------	--------------

#### III.2. (0.75 point)

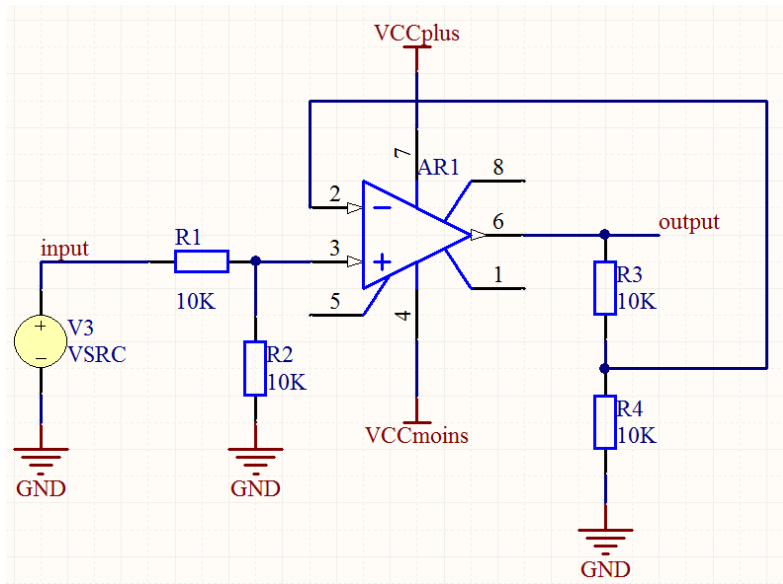


$R_e = 1 \text{ k}\Omega$	$R_s = 1 \text{ k}\Omega$	$A_{V0} = 1$
---------------------------	---------------------------	--------------

#### III.3. (1.5 point)

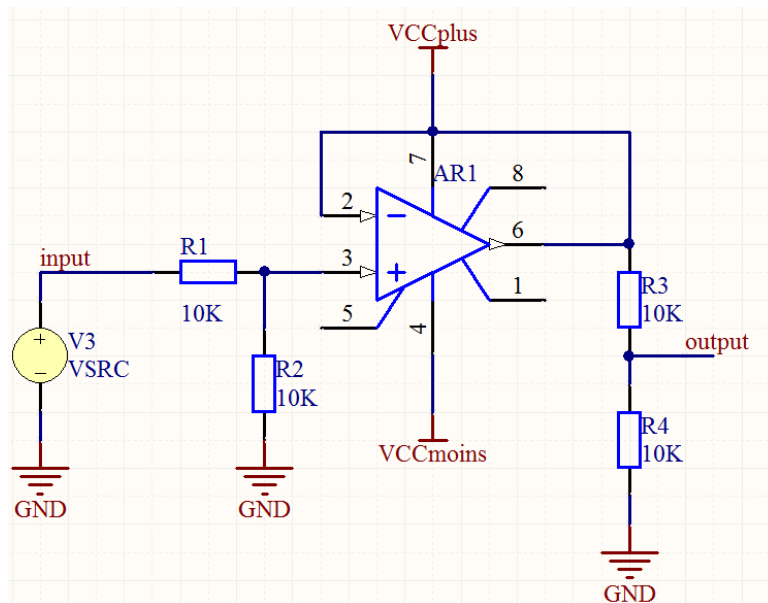
Nom :

Prénom :



$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 0$	$A_{v0} = 1$
----------------------------	-----------	--------------

III.5. (1.5 point)



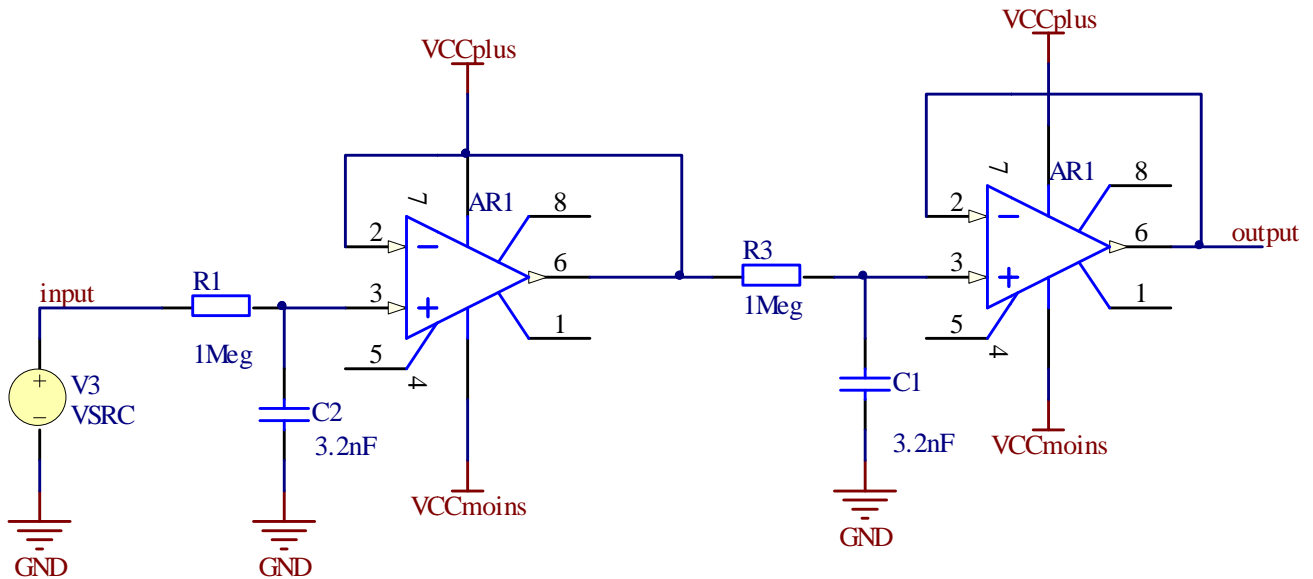
$R_e = 20 \text{ k}\Omega$	$R_s = 5 \text{ k}\Omega$	$A_{v0} = 1/4$
----------------------------	---------------------------	----------------

Nom :

Prénom :

### IV. Filtre actif analogique (5 points)

Soit le filtre analogique actif dont le schéma est donné ci-dessous.



IV.1.a. Donnez l'expression de la fonction de transfert du filtre.

(1.5 point)

On posera :  $R_1 C_2 = R_3 C_1 = \tau$ .

$$T(p) = 1 / (1 + \tau p)^2$$

IV.1.b. Donnez (dans cet ordre) le type et l'ordre du filtre.

(1 point)

<b>Passe-bas</b>	<b>Ordre = 2</b>
------------------	------------------

IV.1.c. Donnez la valeur de la fréquence de coupure à - 6 dB.

(1 point)

$$f_{c-6} = 50 \text{ Hz}$$

IV.1.d. Donnez la valeur du module de l'impédance d'entrée du filtre à la fréquence de coupure.

(1.5 point)

$$Z_e = 1.4 \text{ M}\Omega$$