Filtrage

A. Filtres analogiques

I. Filtre passe-bas

Soit le filtre à structure de Rauch (Multi FeedBack) représentée sur la figure 1. De même que la structure de Sallen-Key qui sera vu en TP, ce type de structure permet de réaliser différents types de filtrage (passe-bas, passe haut, ou passe bande) suivant le type de dipôle (résistance ou condensateur) que l'on choisit pour les admittances $(Y_i)_i$.

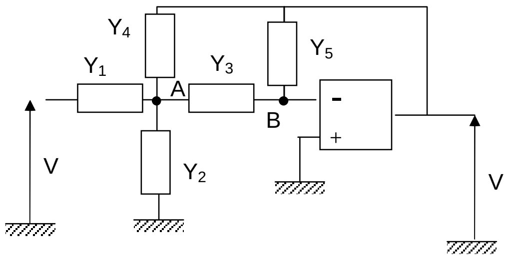


Fig.1 : filtre passe-bas à structure de Rauch

I.1. *Déterminez l'expression de la fonction de transfert $F(j\omega)$ de ce montage en fonction des admittances $(Y_i)_i$.*

I.2. *Déterminer la nature des admittances $(Y_i)_i$ qu'il faut choisir pour obtenir un filtrage de type passe bas.*

I.3. *Mettre la fonction de transfert sous une forme normalisée faisant intervenir la pulsation caractéristique ω_0, l'amortissement m et l'amplification statique A_0. Exprimer ω_0 et m en fonction de R ($R_1 = R_3 = R_4 = R$), C_2 et C_5.*

I.4. *Donner les expressions du module (dB) et de l'argument de $F(j\omega)$ en fonction de ω.*

I.5. *Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre.*

Un signal d'information, à traiter par une chaîne de transmission d'information, contient des fréquences inférieures à 4 kHz, la fréquence 200kHz et la fréquence 400kHz. Un filtre présent dans la chaîne de transmission doit répondre aux conditions suivantes :

- les fréquences principales contenues dans la voix (f < 10 kHz) doivent être transmises par le filtre,
- les autres fréquences des signaux traités doivent être éliminées,
- l'amplification dans la bande passante doit être de 10.

I.6. *Dessiner le gabarit « fréquentiel » de ce cahier des charges.*

I.7. *En supposant que R = 10 kΩ, C2 = C5 =1,5nF, la structure de Rauch précédente permet elle de répondre au cahier des charges ?*

II. Filtre passe-bande

On utilise toujours une structure de Rauch, mais en modifiant la position des résistances et des capacités.

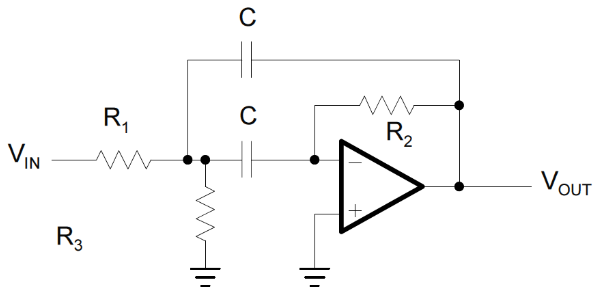


Fig.2. : filtre passe-bande à structure de Rauch

II.1. *Montrez sans calcul, à partir du schéma, que le filtre est de type passe-bande.*

II.2. *On a vu en cours que la fonction de transfert du filtre pouvait s'écrire :*

$$A(s) = \frac{-\dfrac{R_2R_3}{R_1+R_3}C\omega_m \cdot s}{1+\dfrac{2R_1R_3}{R_1+R_3}C\omega_m \cdot s+\dfrac{R_1R_2R_3}{R_1+R_3}C^2 \cdot \omega_m{}^2 \cdot s^2}$$

Déterminez les expressions :

- *de la fréquence d'accord (mid-frequency) ;*
- *du gain à cette fréquence ;*
- *du coefficient d'amortissement et du coefficient de qualité*

II.3. On donne : $R_1 = R_3 = 2$ kΩ ; $R_2 = 500$ kΩ ; C = 7.1 nF

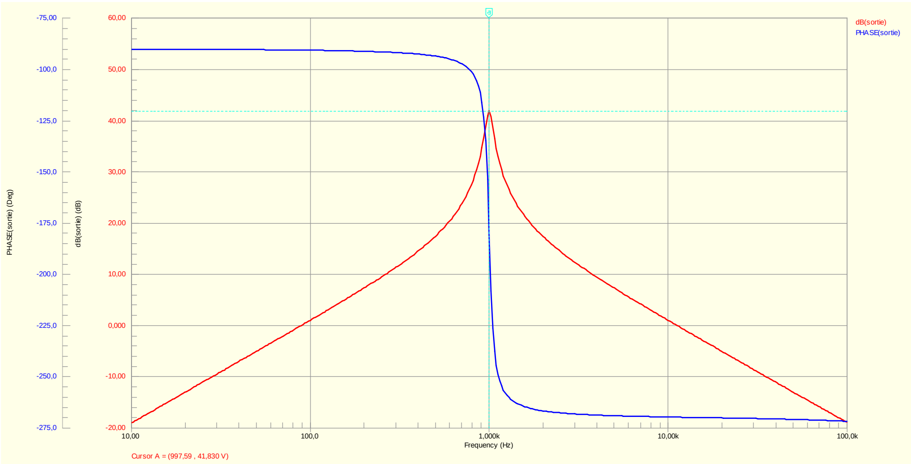
Calculez les valeurs numériques des expressions déterminées à la question précédente.

II.4. *Montrez que, dans le cas général d'un filtre passe-bande du second ordre, la bande passante à – 3dB peut s'exprimer sous la forme :*

$$BP_{-3dB} = f_0 / Q$$

Calculez la valeur numérique de la bande passante dans la cas du filtre étudié ici.

II.5. On s'intéresse maintenant à la réponse temporelle du filtre à un signal d'entrée périodique rectangulaire, d'amplitude crête à crête 0.1 V, de fréquence 1 kHz et de composante continue (valeur moyenne) 10 V. La figure 3 montre l'allure du diagramme de Bode en amplitude et phase du filtre de la figure 2



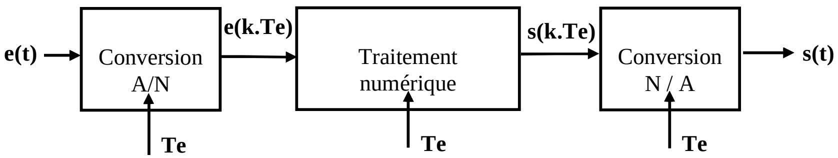
Représenter l'allure des signaux e(t) et s(t).

II.6. *Même question avec un signal carré d'amplitude crête à crête 10 V, de composante continue 10V et de fréquence 10kHz.*

B. Filtres numériques

I. Rappels sur le traitement numérique du signal.

Dans une chaîne de traitement numérique, le signal analogique e(t) est échantillonné et converti en signal numérique e(kTe) avant d'être envoyé au microprocesseur qui réalisera le traitement souhaité au moyen d'un algorithme adapté. Le signal traité s(kTe) est ensuite re-converti en signal analogique s(t). L'ensemble de ces opérations est rythmé par une période propre T_e appelée « période » d'échantillonnage (*sampling period*).



Chaîne de traitement numérique

I.1.a. Au moyen d'une telle chaîne de traitement numérique on souhaite obtenir pour s(t) une dérivation du signal e(t). *Quelle équation aux différences e(kTe) et s(kTe) doivent-elles vérifier pour obtenir cette dérivation ?*

Ecrire l'algorithme correspondant à implanter dans le microprocesseur.

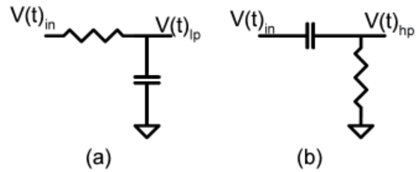
I.1.b. *Mêmes questions avec cette fois ci pour obtenir le signal intégral (méthodes des rectangles inférieurs). Donnez l'expression de la fonction de transfert en z correspondante. Sachant que la*

T.D Elec. pour les télécoms

transformée en z d'un signal échantillonné est mathématiquement sa transformée de Laplace dans laquelle on a fait le changement de variable z = exp(pT_e), vérifiez que l'on a bien affaire à un intégrateur numérique.

II. Transposition de filtres analogiques

Les chaînes de traitement numérique permettent de réaliser des fonctions mathématiques bien plus avancées que les deux exemples précédents. Cela permet notamment de construire des filtres très performants. Plusieurs méthodes existent pour obtenir les équations relatives aux filtres numériques. Nous nous intéressons ici à une méthode de transposition de filtres analogiques.



Soit les 2 filtres passifs analogiques "de base" représentés ci-dessus.

II.1. *Déterminez les fonctions de transfert analogiques V_{lp}/V_{in} et V_{hp}/V_{in}. Tracez leur diagramme de Bode asymptotique, expliquez les dénominations lp et hp.*

II.2. *Montrer que l'on a :*

$$\begin{cases} V_{hp} = V_{in} - V_{lp} & (1) \\ V_{lp} = \dfrac{V_{hp}}{RCp} & (2) \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} \dfrac{V_{hp}}{V_{in}} = \dfrac{RCp}{1+RCp} & (3) \\ \dfrac{V_{lp}}{V_{in}} = \dfrac{1}{1+RCp} & (4) \end{cases}$$

Interprétez la relation (2) liant v_{lp} et v_{hp}. Ecrivez la dans le domaine temporel.

Pour effectuer la transposition dans le domaine numérique, nous supposons que les signaux analogiques V_{in}(t), V_{lp}(t) et V_{hp}(t) sont échantillonnés à la période Te : [V_{in}(kTe)], [V_{lp}(kTe)] et [V_{hp}(kTe)].

L'objectif est désormais de trouver un algorithme de traitement de ces signaux échantillonnés qui permette de reproduire le fonctionnement des deux filtres analogiques. On posera dans la suite : **a = RC / T_e**.

II.3. *Transposez dans le domaine numérique la relation temporelle obtenue à la question II.2.b (en approximant l'intégration analogique par une intégration numérique par la méthode des rectangles inférieurs). Ecrire la version temporelle échantillonnée de l'équation 1.*

II.4 *En prenant les transformées en z des 2 équations et en résolvant le système de 2 équations algébriques obtenu, montrez que :*

$$\begin{cases} \dfrac{V_{lp}}{V_{in}} = \dfrac{1}{1+a(z-1)} \\ \dfrac{V_{hp}}{V_{in}} = \dfrac{a(z-1)}{1+a(z-1)} \end{cases}$$

Donnez les valeurs du gain statique et du gain haute fréquence pour chacune des fonctions de transfert obtenues (z = exp(pT_e)).

II.5. *En déduire les algorithmes de traitements permettant d'obtenir [V_{lp}(kTe)] et [V_{hp}(kTe] pour tout k.*