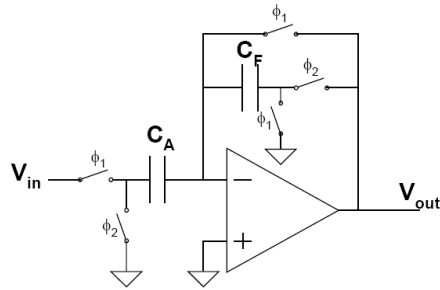


## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

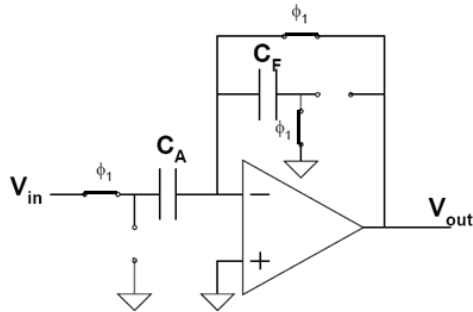
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

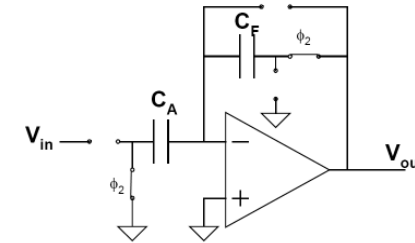
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

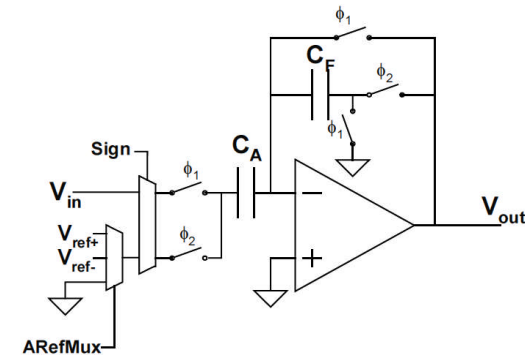
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

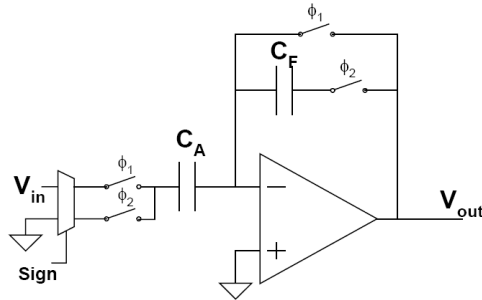


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

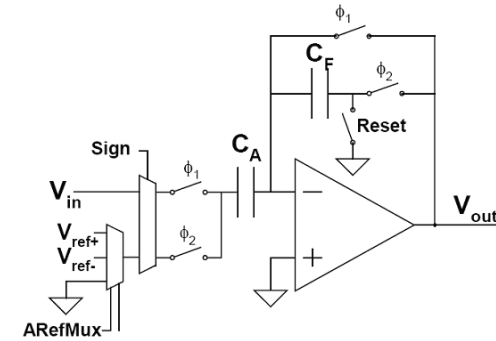
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

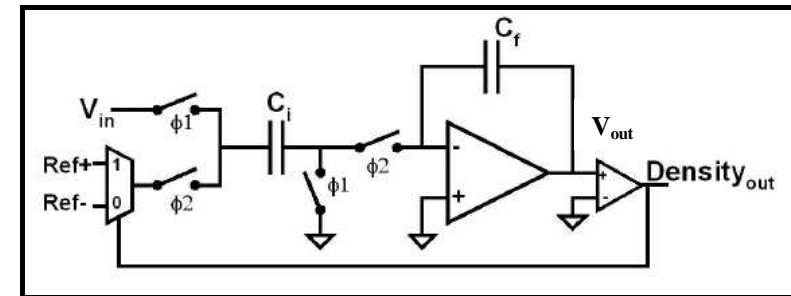


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

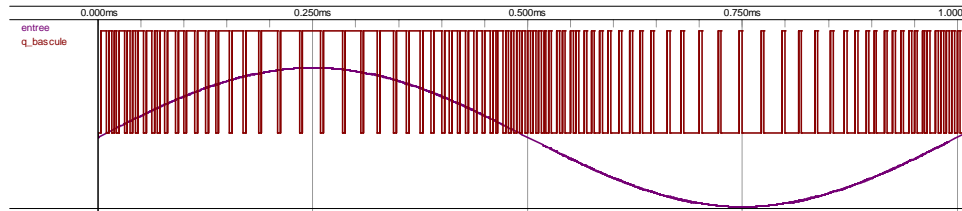
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

### IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

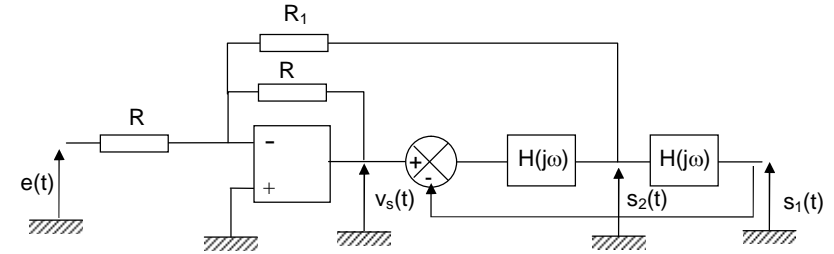
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

### V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrit sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

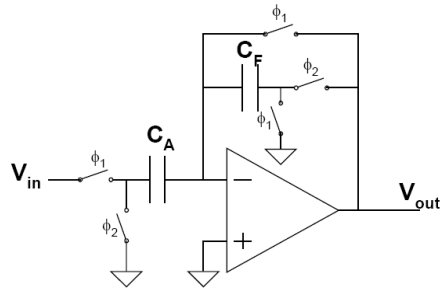
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

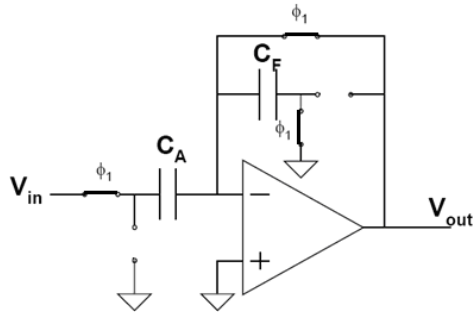
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

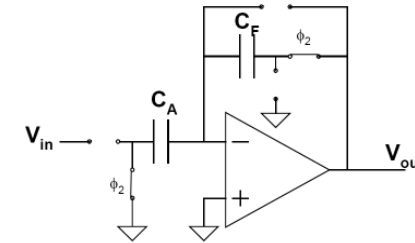
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

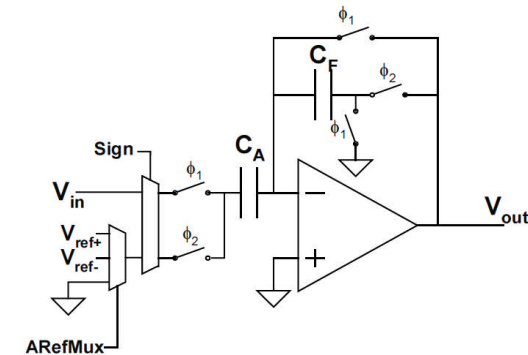
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

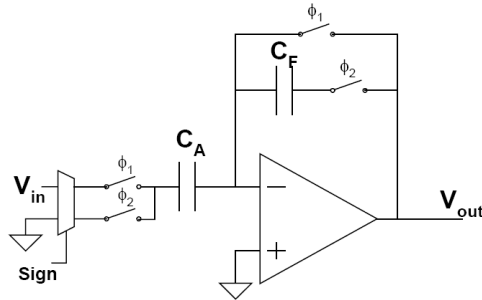


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

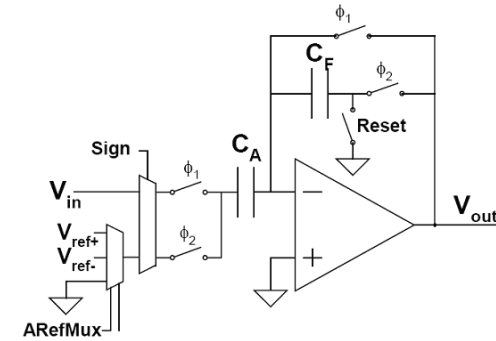
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

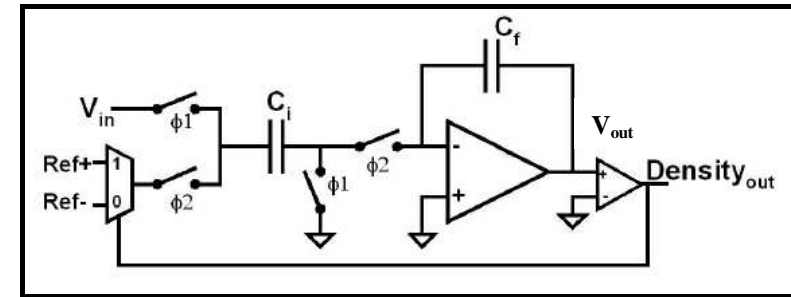


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5$  V ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à 0V ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

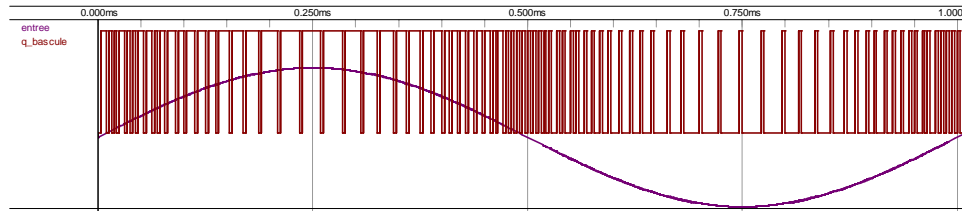
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref+$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref-$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5V]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et 0V.

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

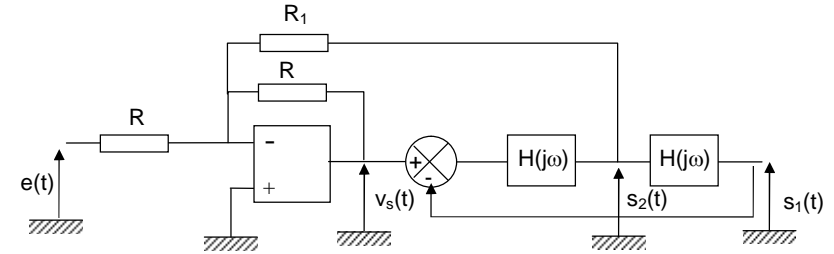
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

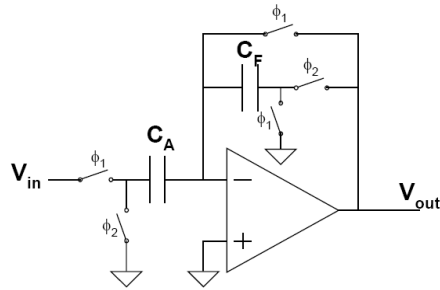
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

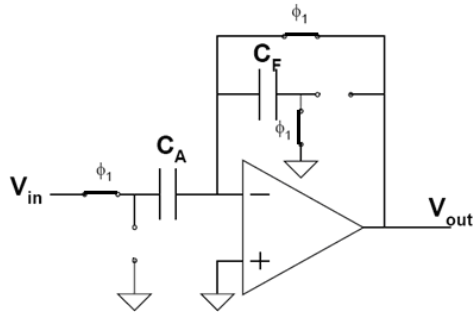
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

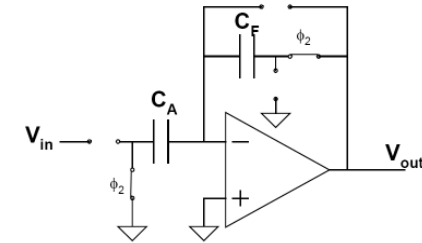
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

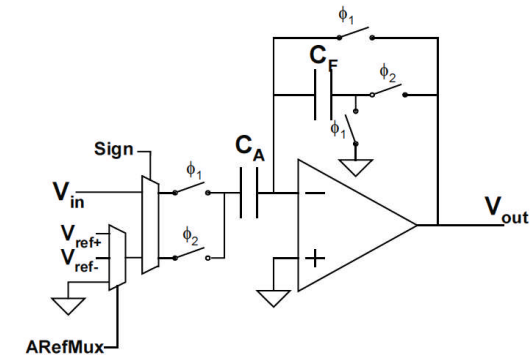
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

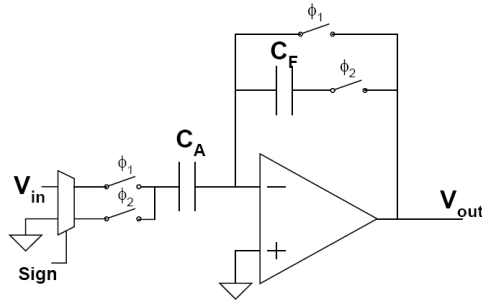


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

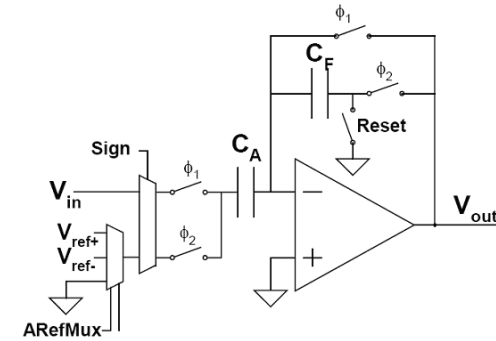
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

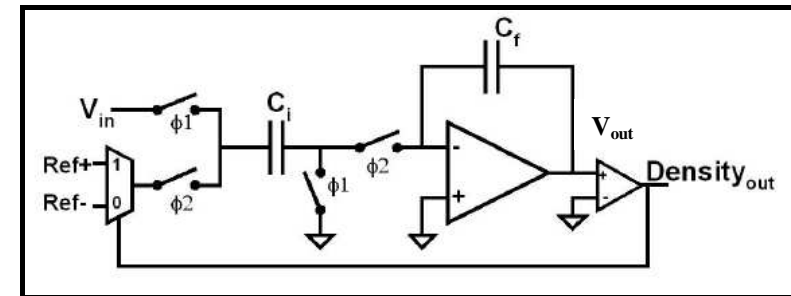


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

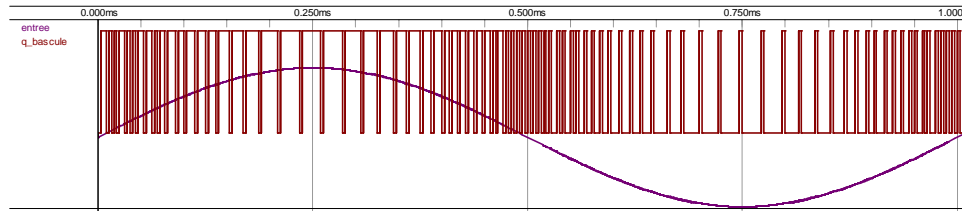
- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .



Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

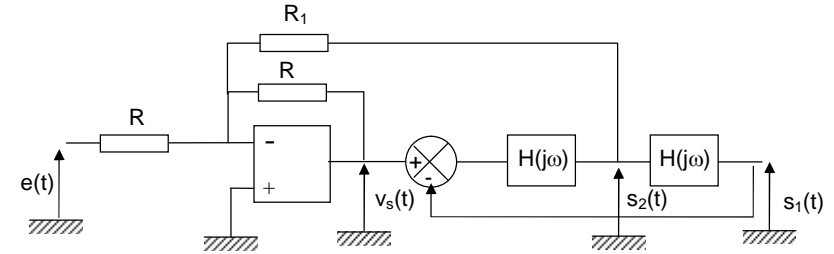
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

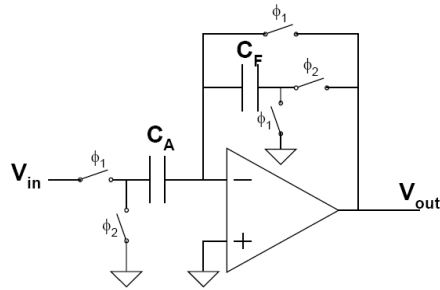
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

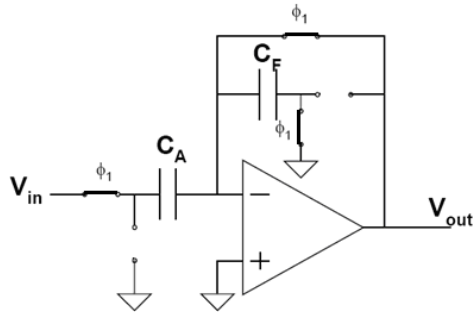
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

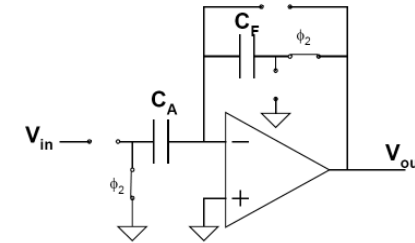
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

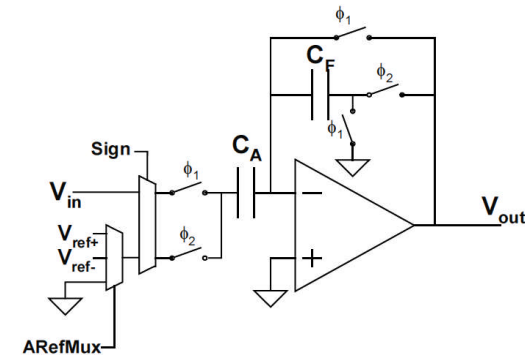
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

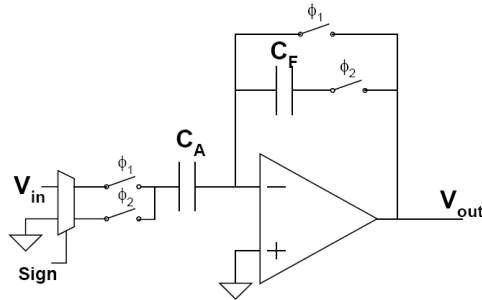


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

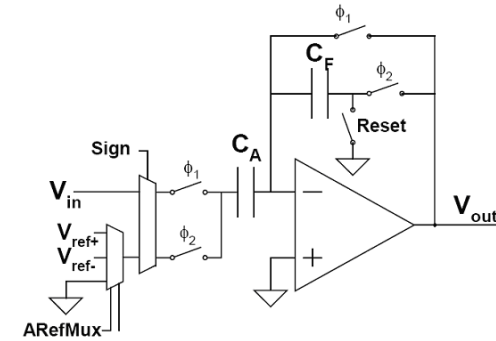
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

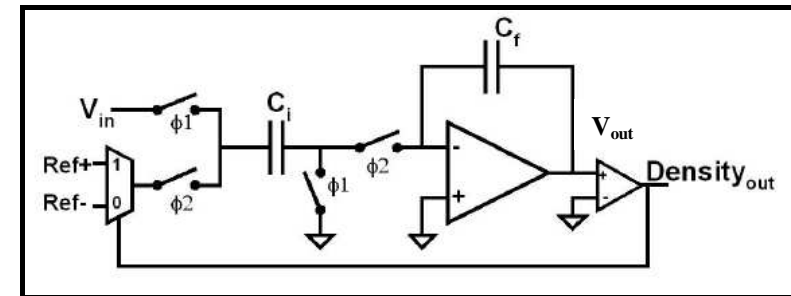


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

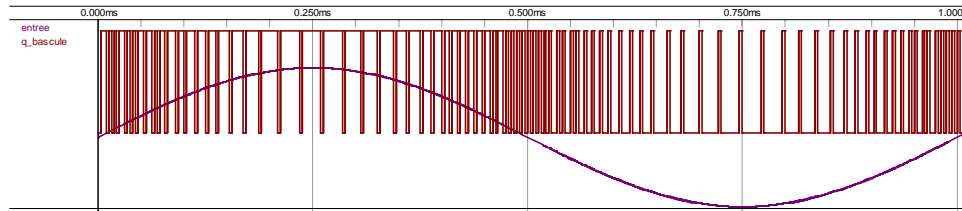
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

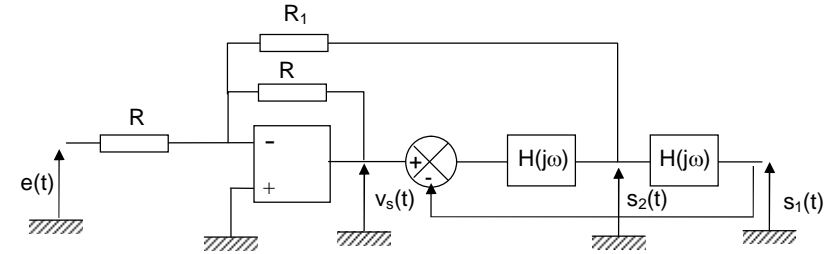
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

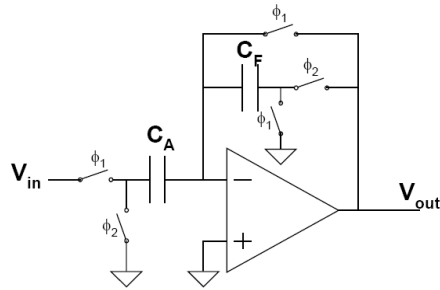
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

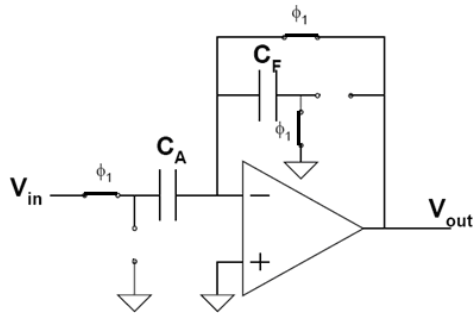
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

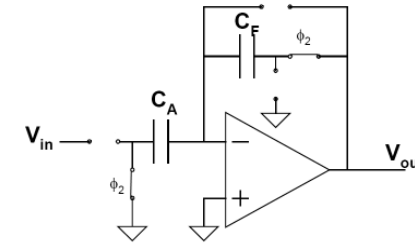
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

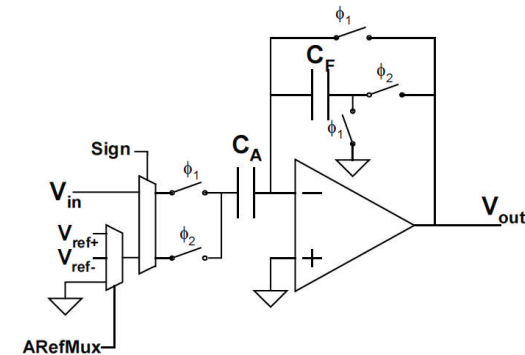
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

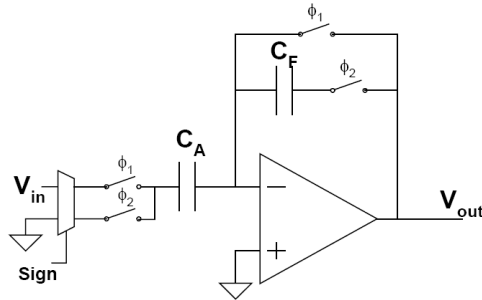


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

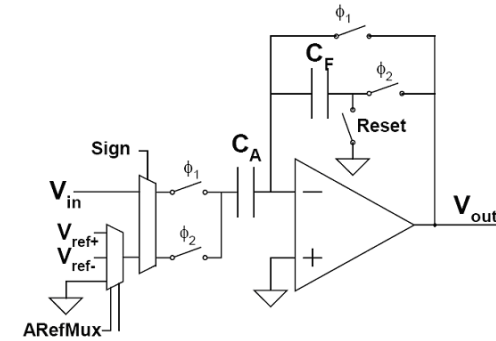
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

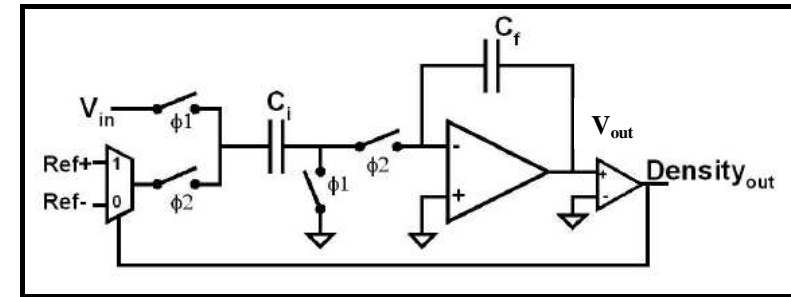


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

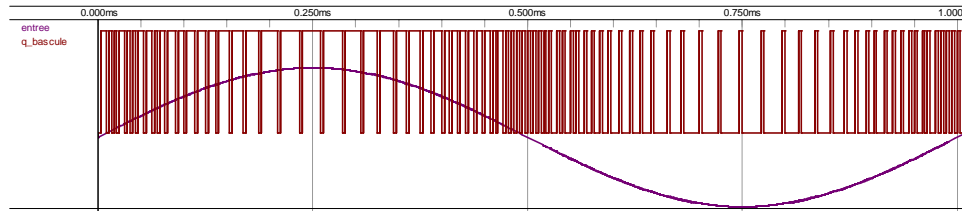
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

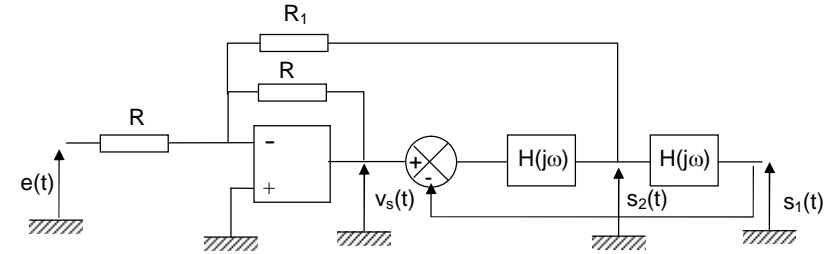
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

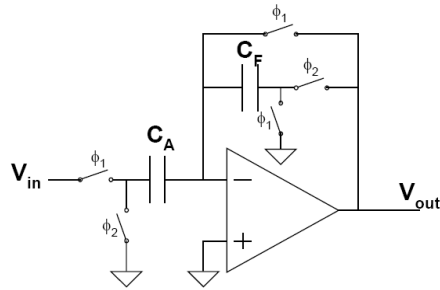
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

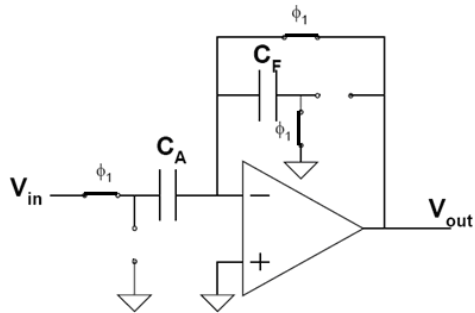
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

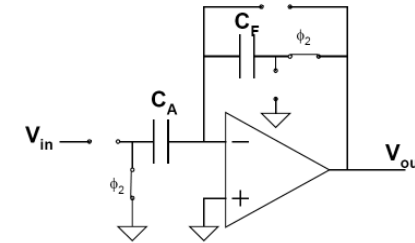
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

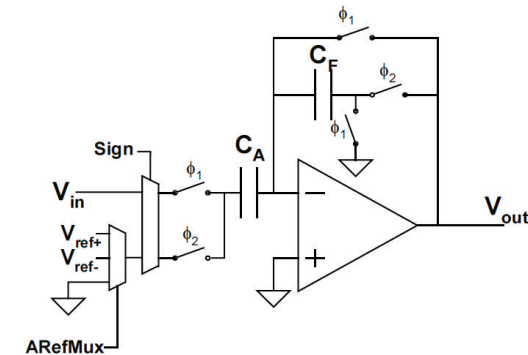
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique



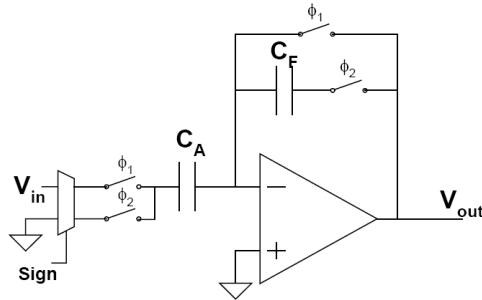
**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.



## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

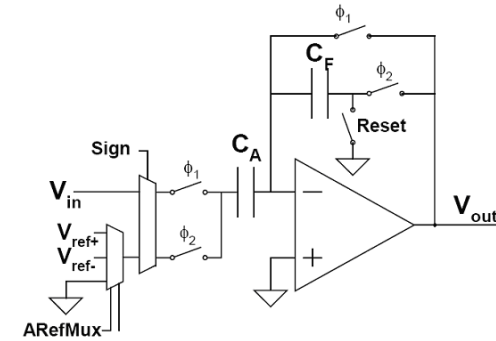
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

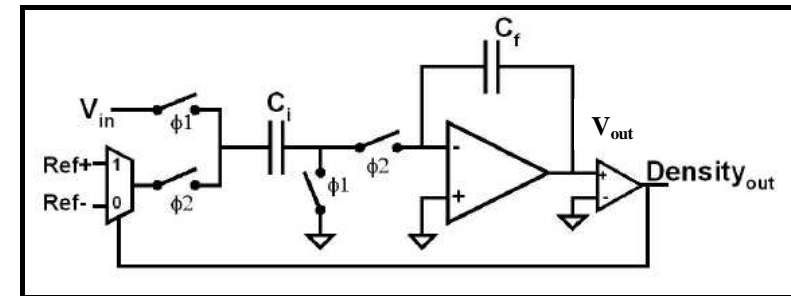


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5$  V ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à 0V ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

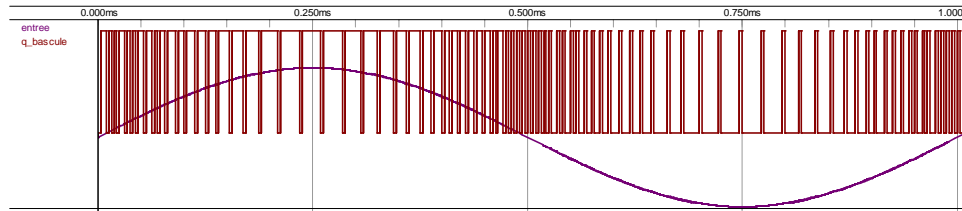
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref+$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref-$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5V]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et 0V.

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

### IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

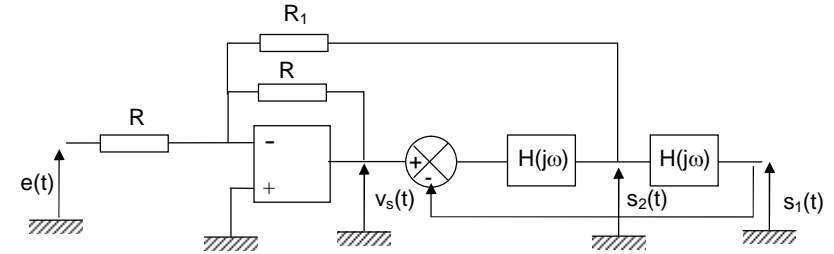
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

### V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

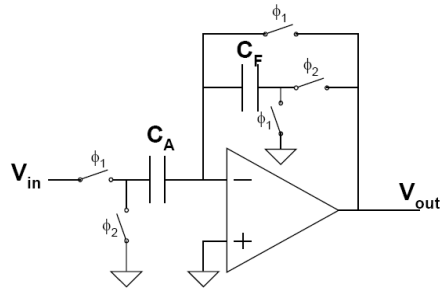
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

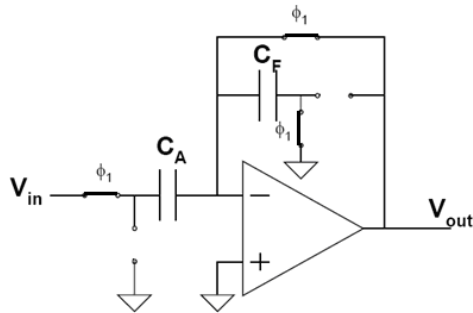
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

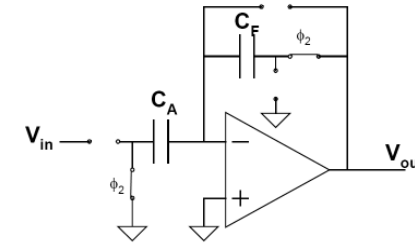
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

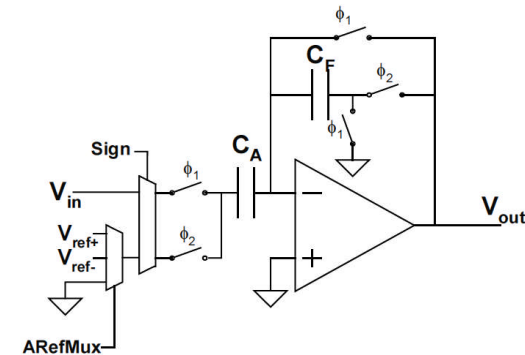
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

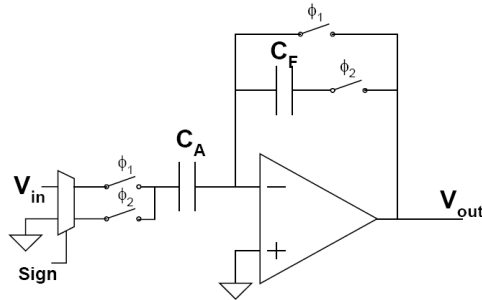


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

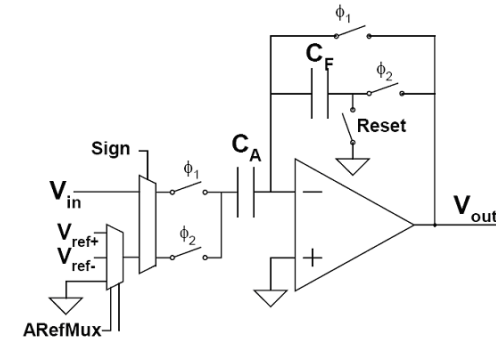
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

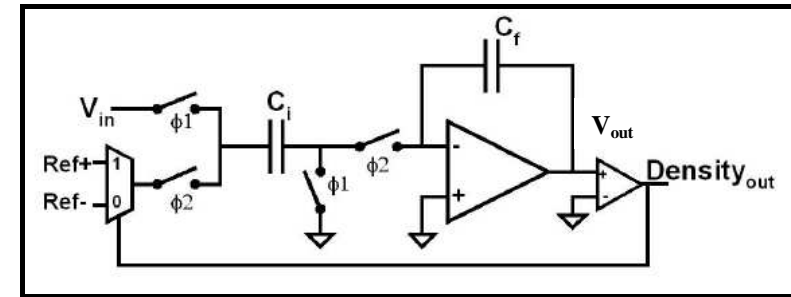


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5$  V ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à 0V ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

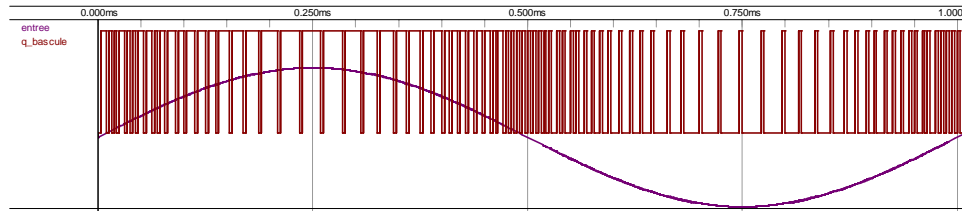
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref+$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref-$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5V]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et 0V.

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

### IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

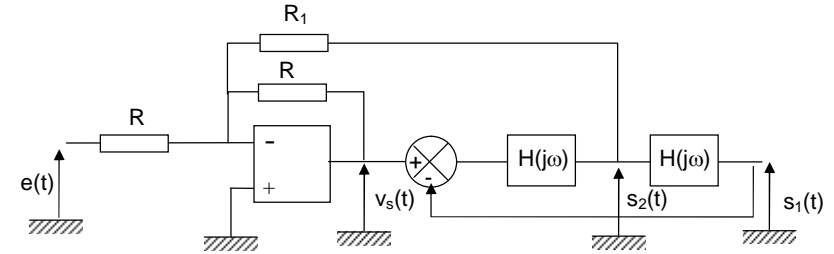
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

### V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

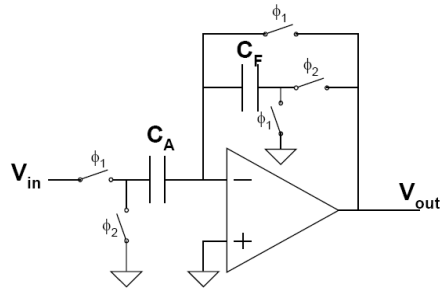
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

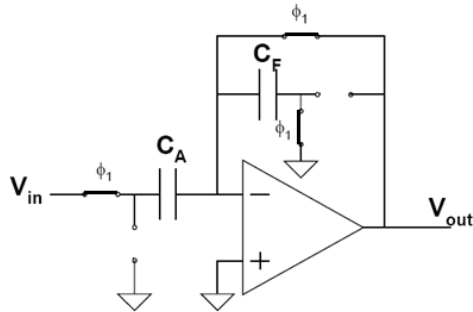
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

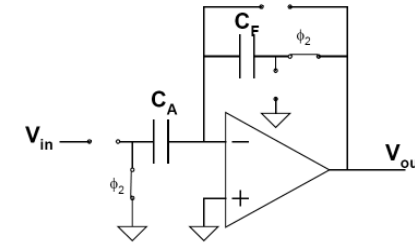
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

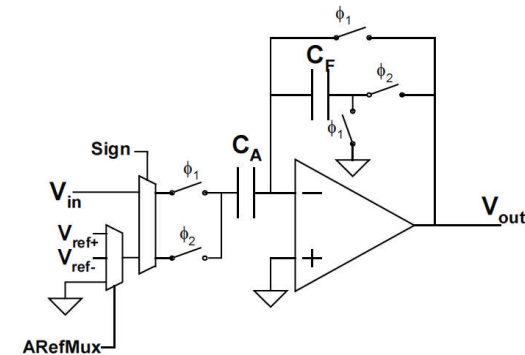
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

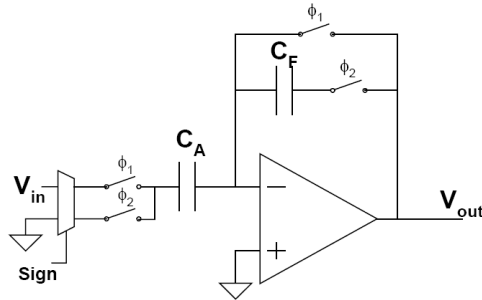


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

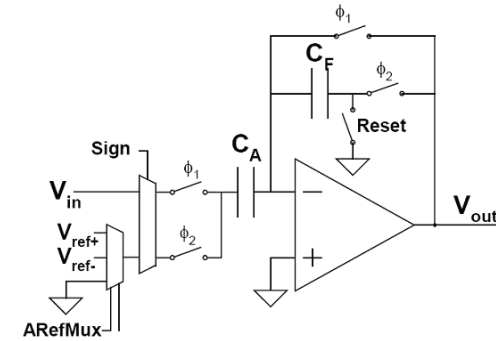
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

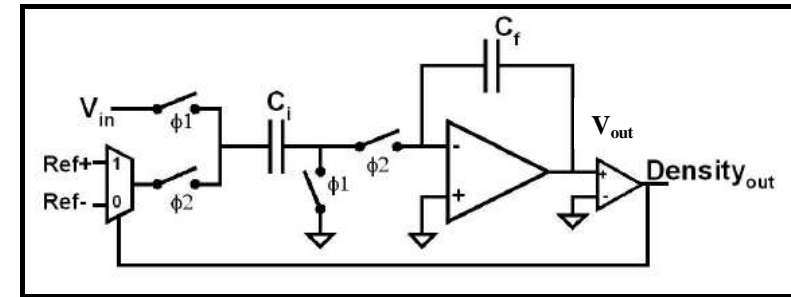


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

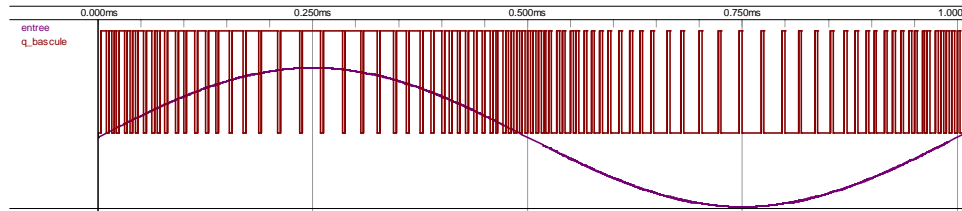
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

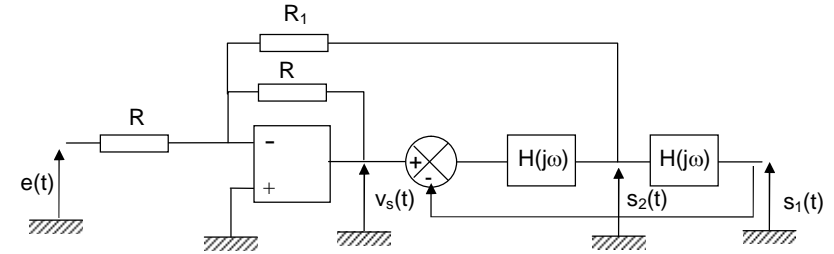
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

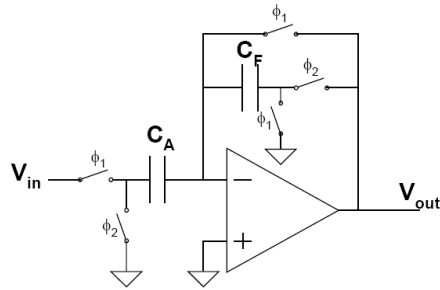


## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

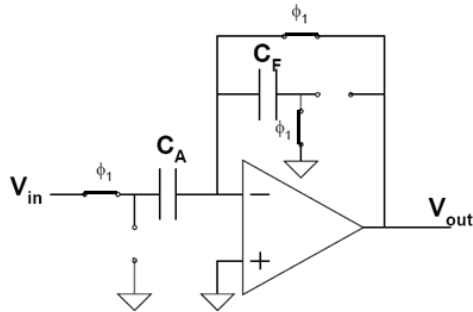
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

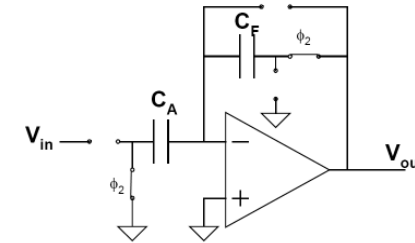
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

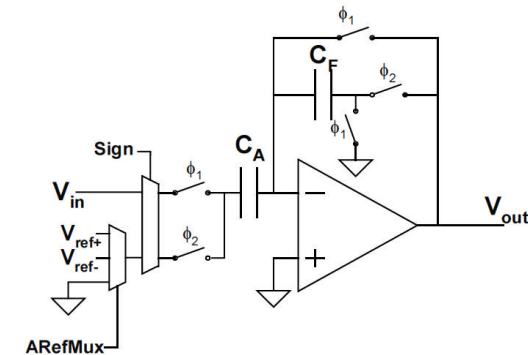
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

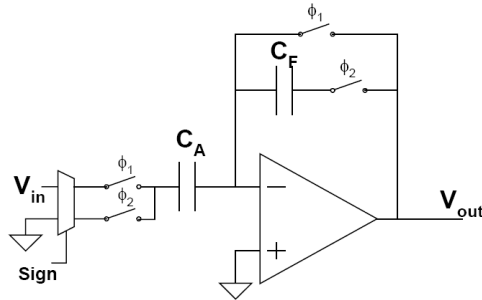


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

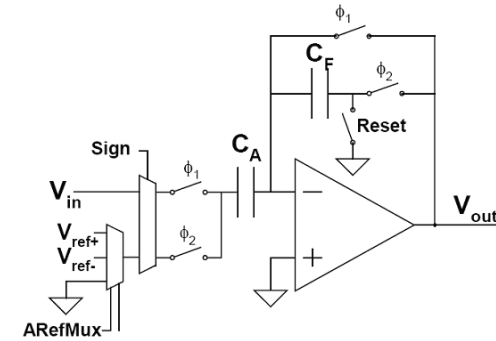
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

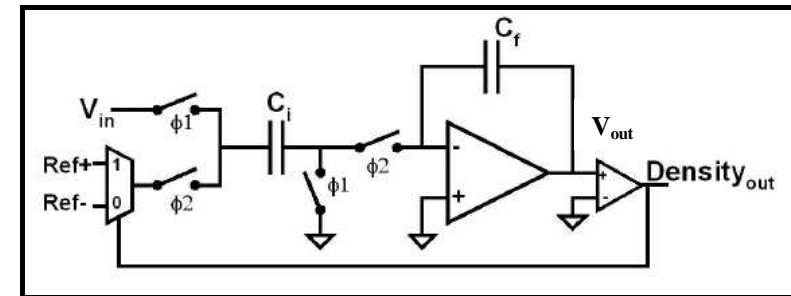


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

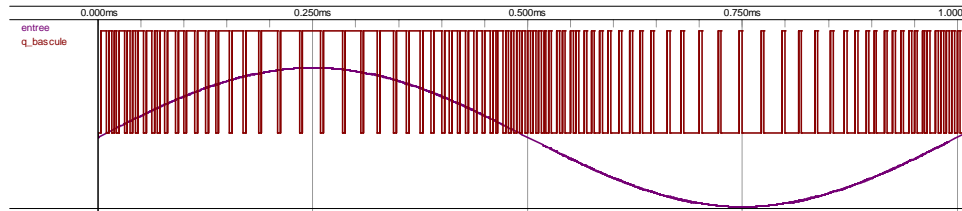
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

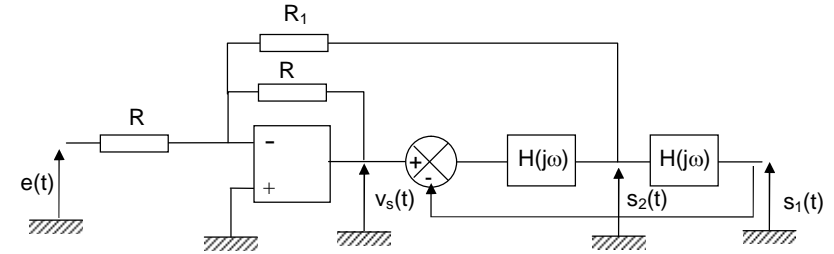
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

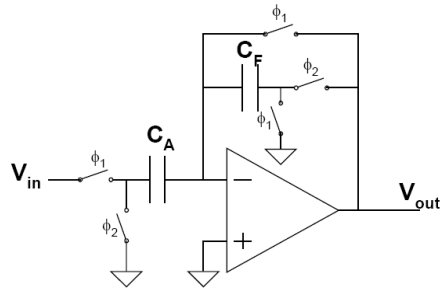
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

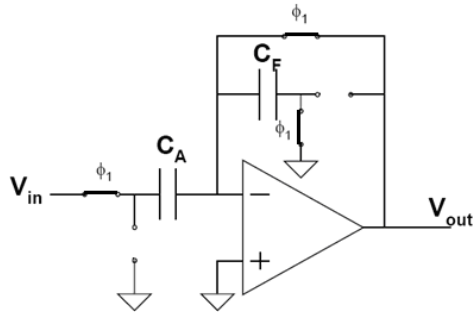
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

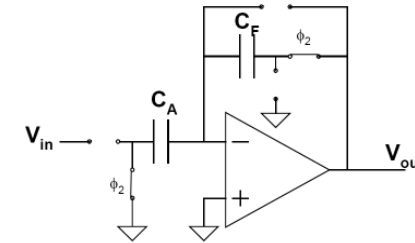
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

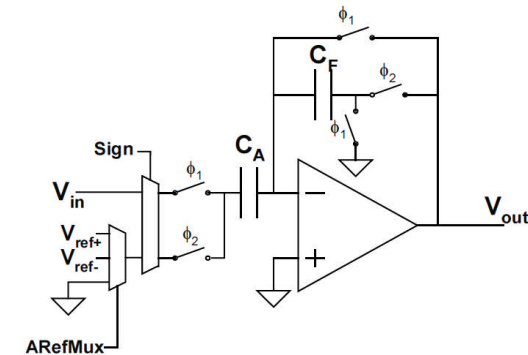
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

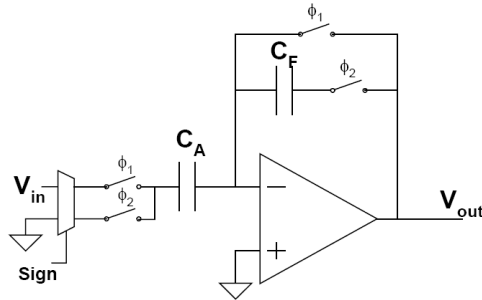


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

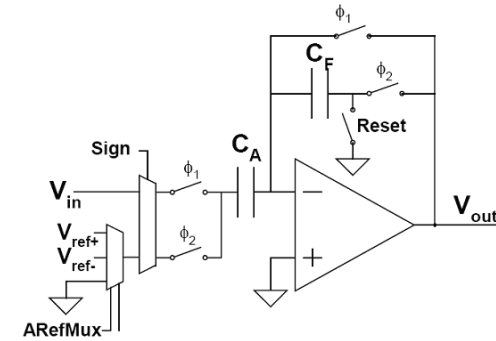
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

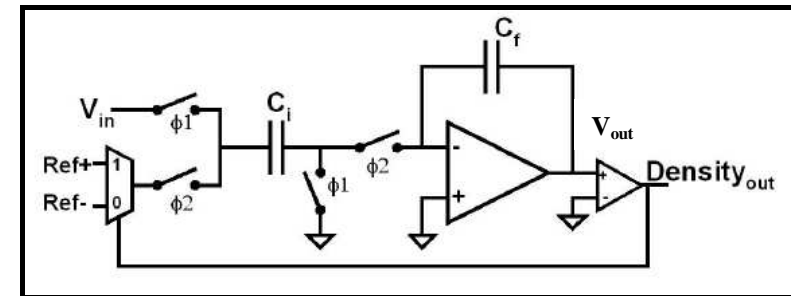


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

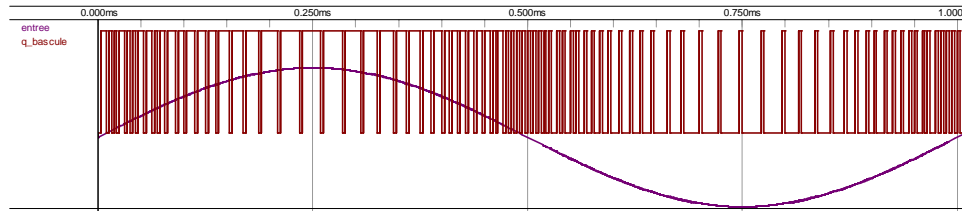
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

### IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

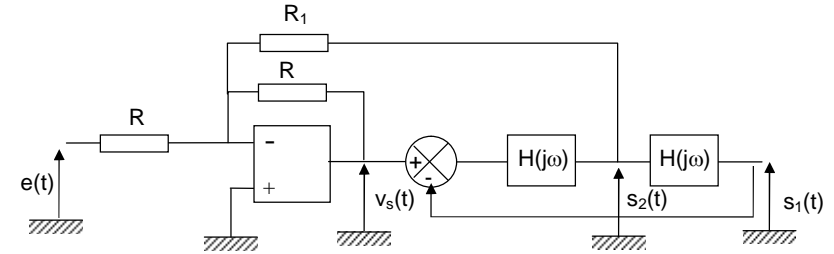
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

### V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

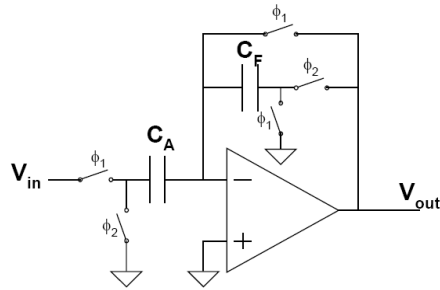
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

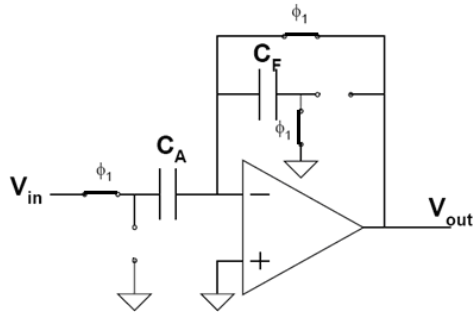
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

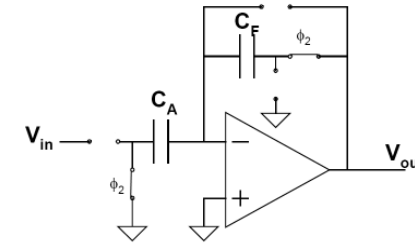
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

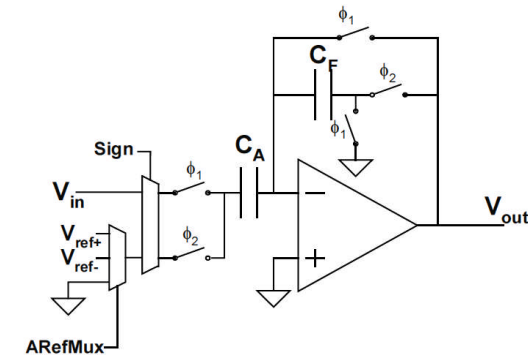
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

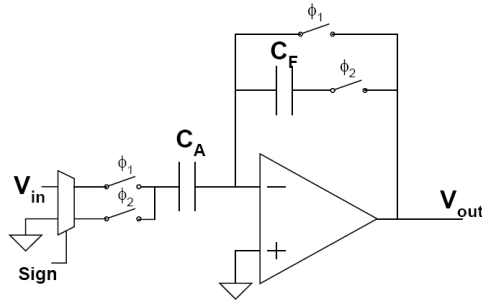


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

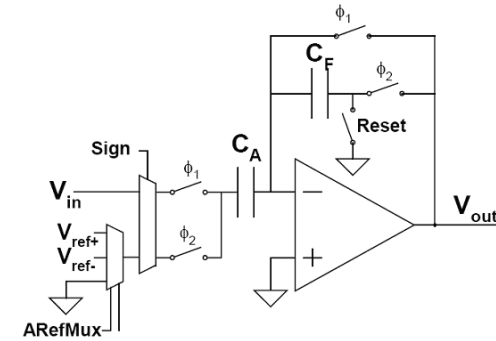
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

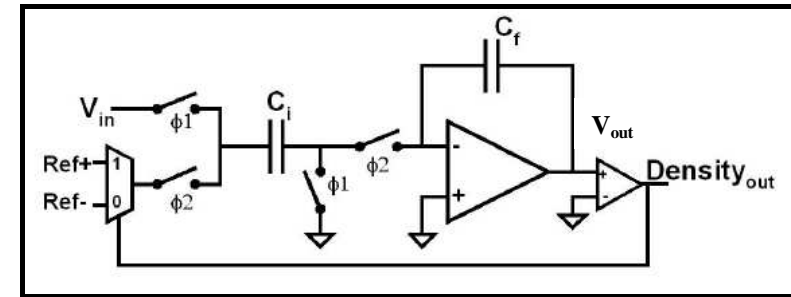


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

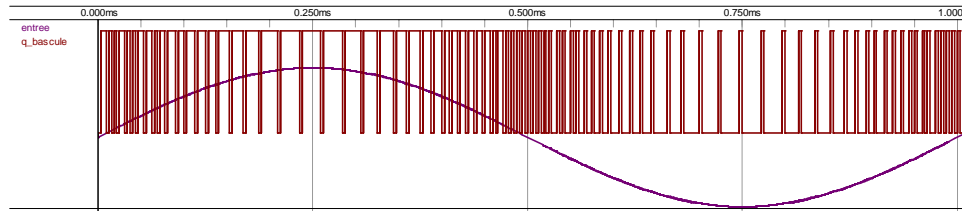
- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .



Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{inv}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

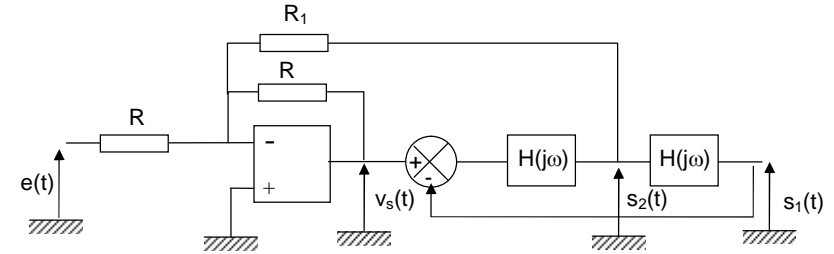
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrit sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

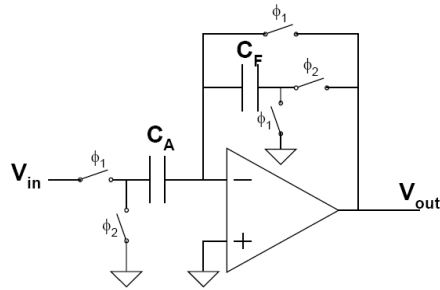
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

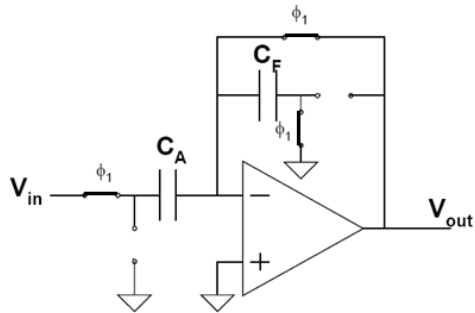
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

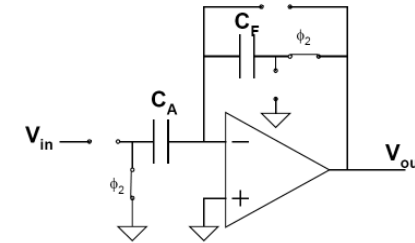
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

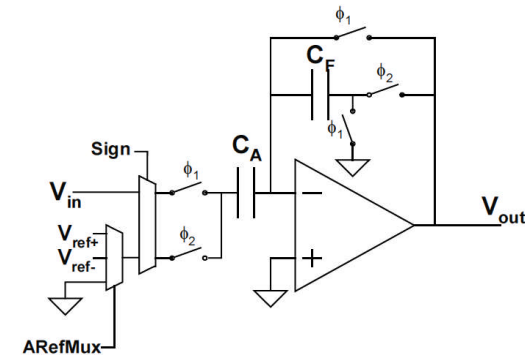
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

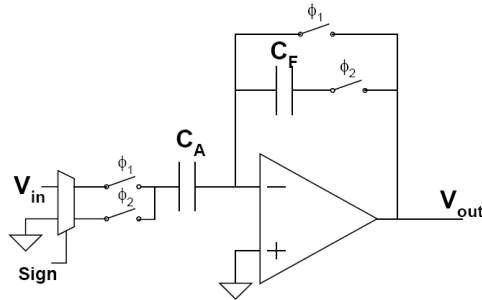


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

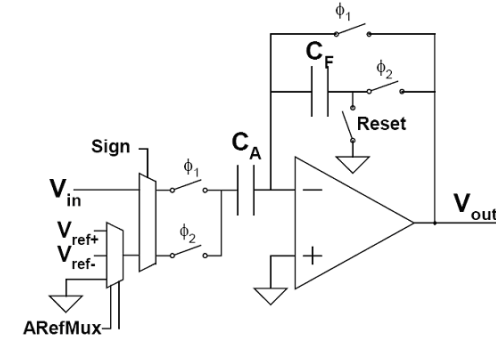
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

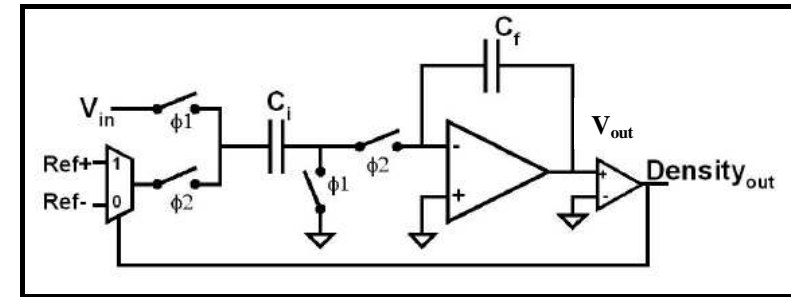


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

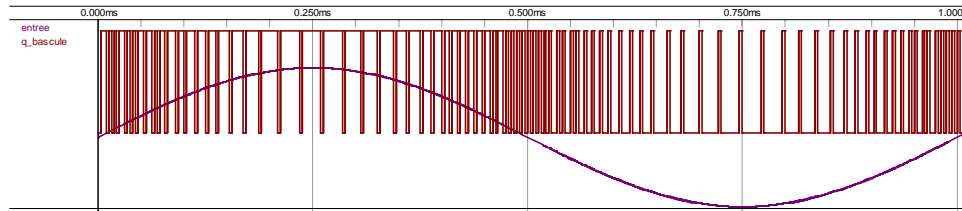
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

### IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

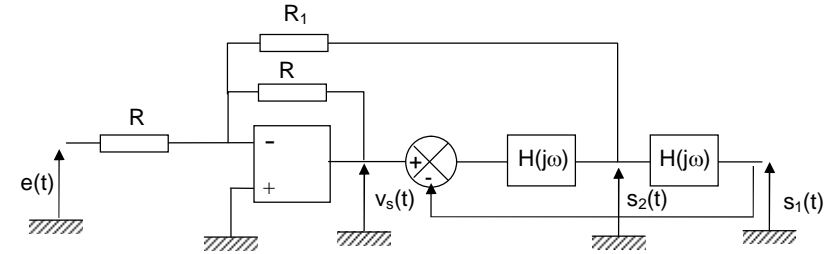
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

### V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

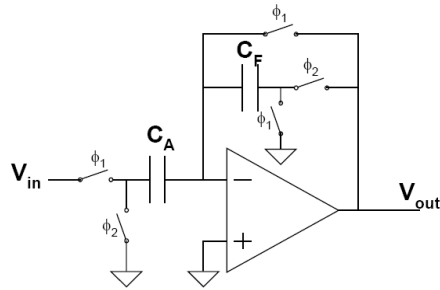
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

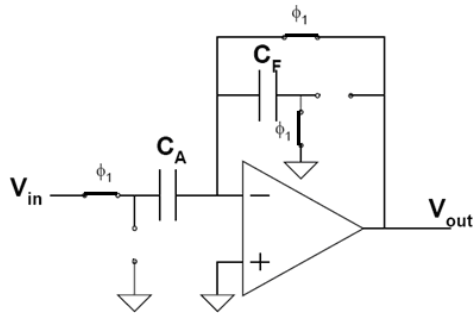
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

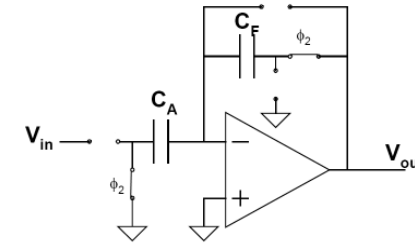
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

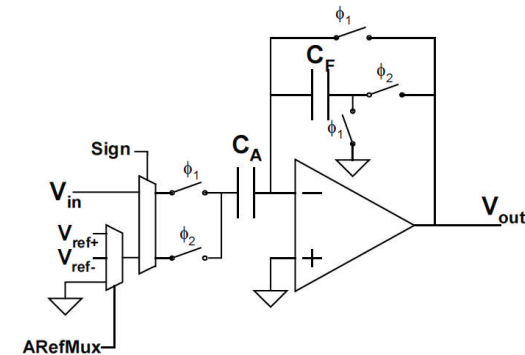
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

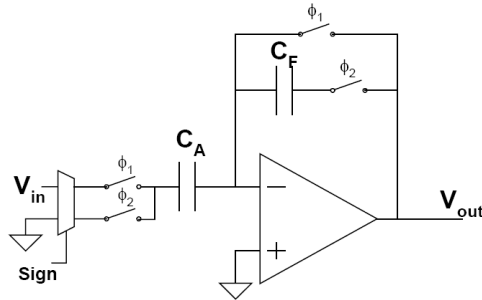


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

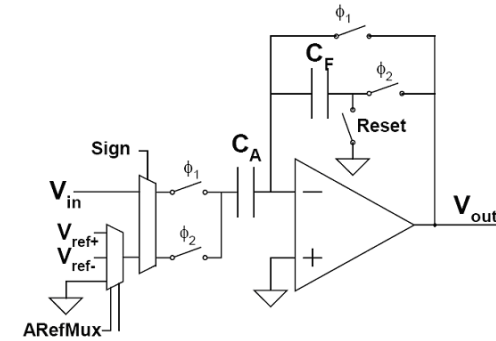
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

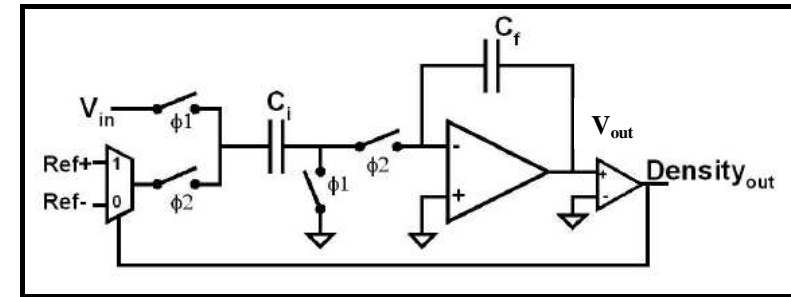


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

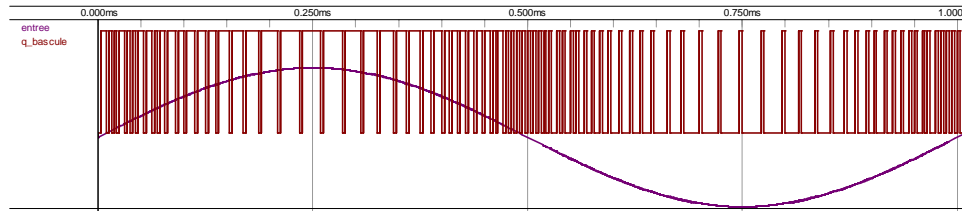
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{inv}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

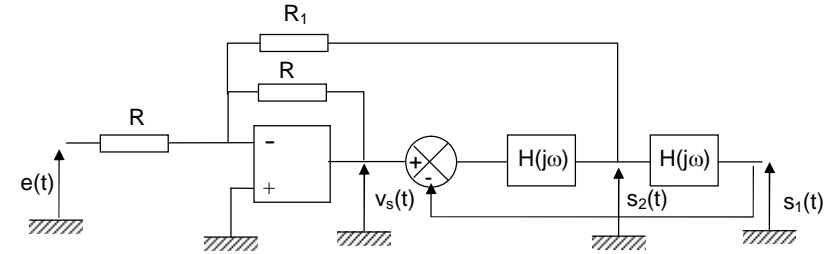
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

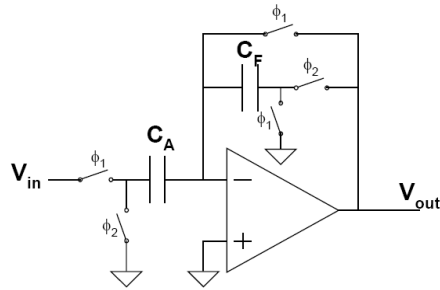
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

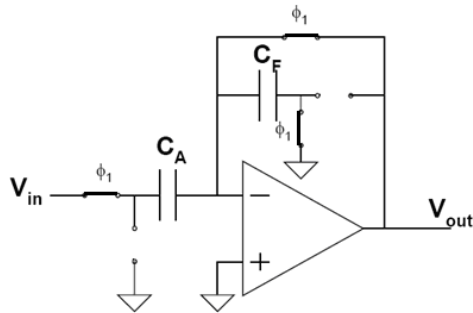
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

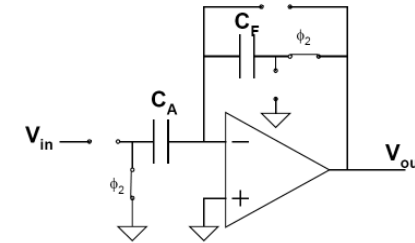
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

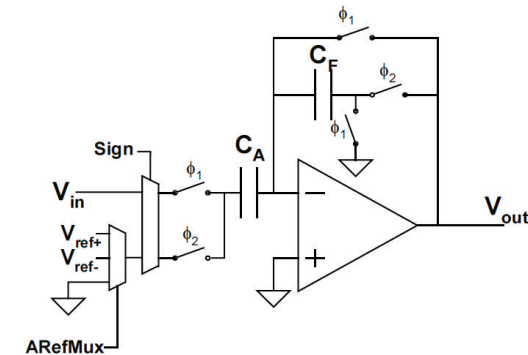
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique



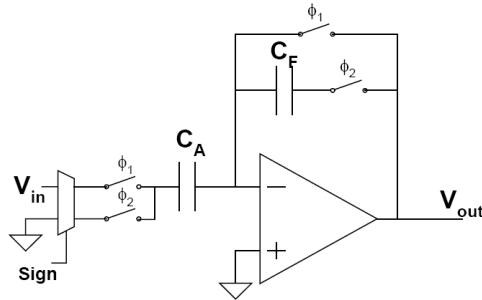
**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.



## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

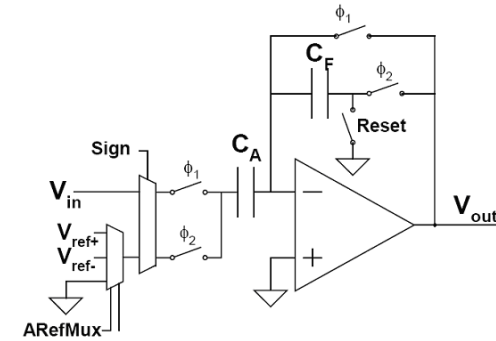
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

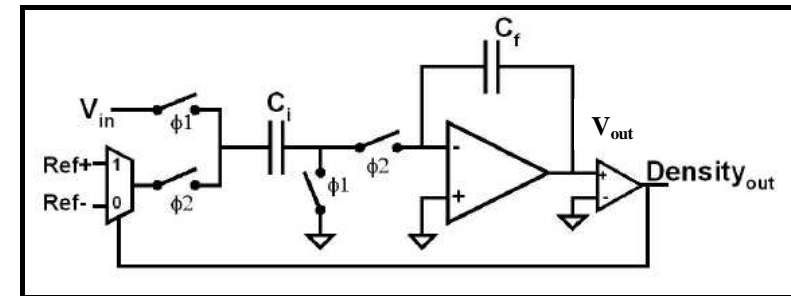


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

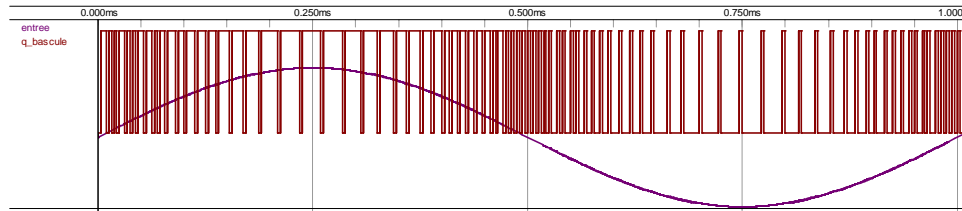
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

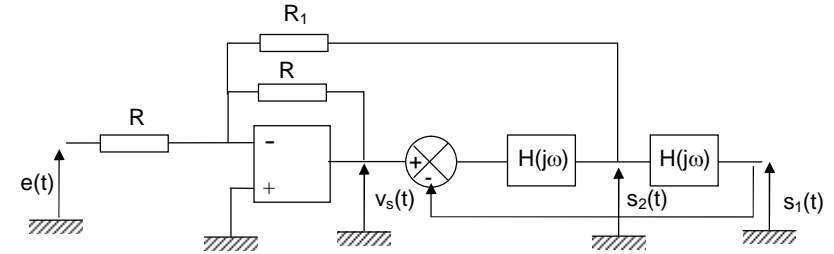
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

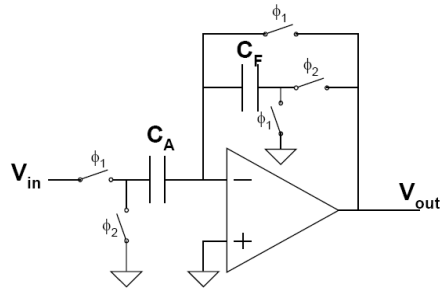
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

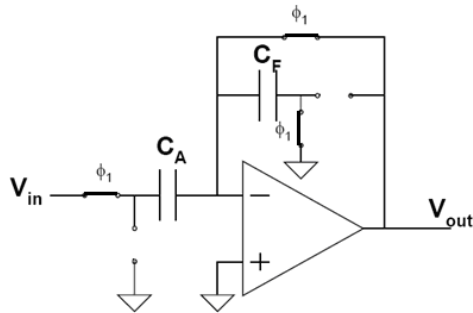
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

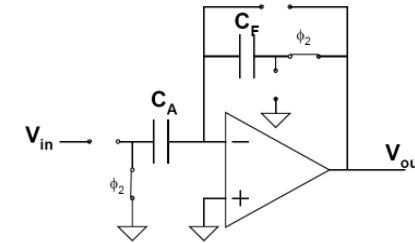
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

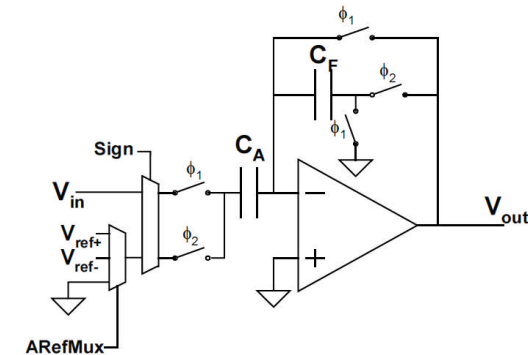
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

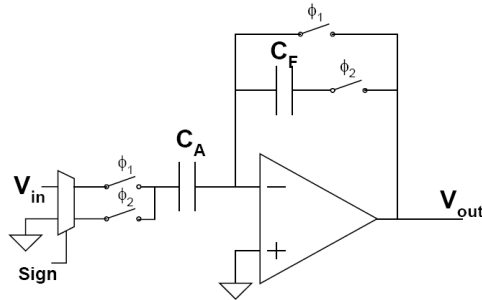


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

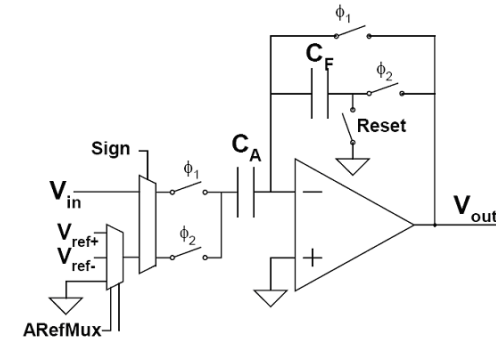
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

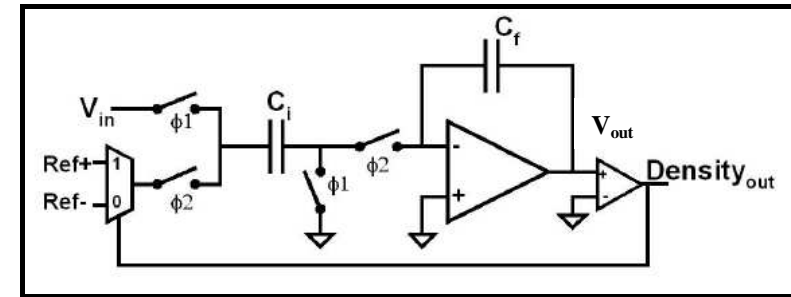


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5$  V ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à 0V ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

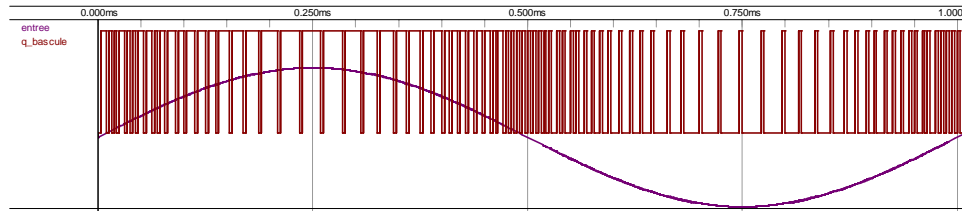
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref+$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref-$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5V]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et 0V.

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

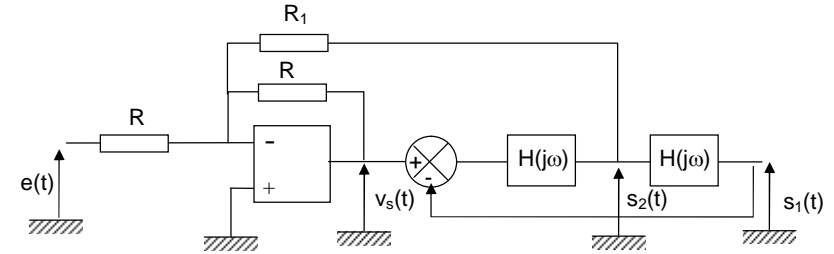
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

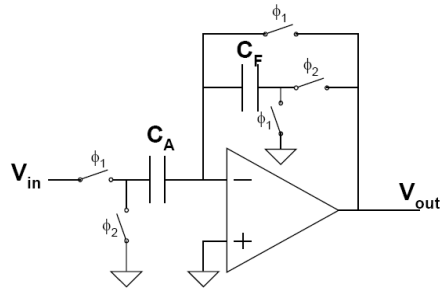
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

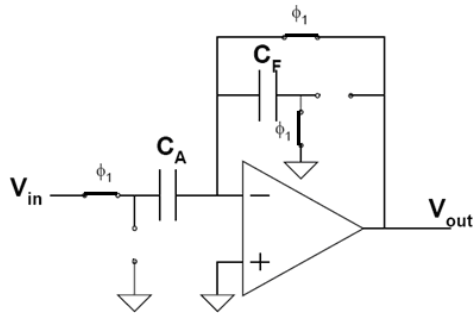
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

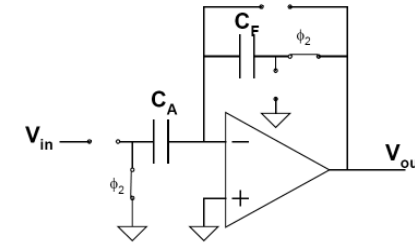
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

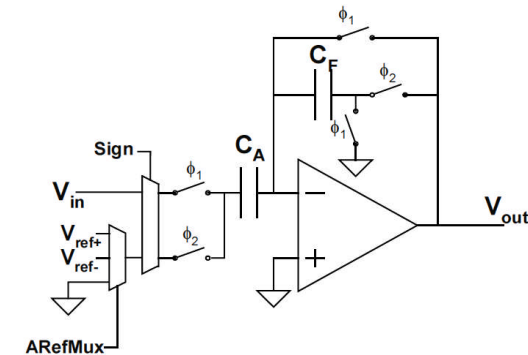
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

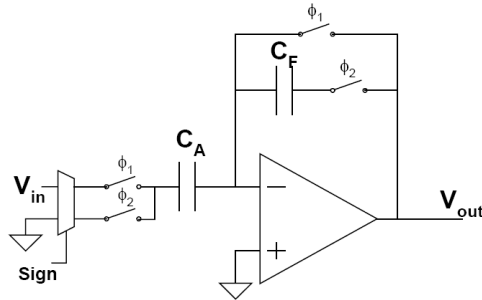


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

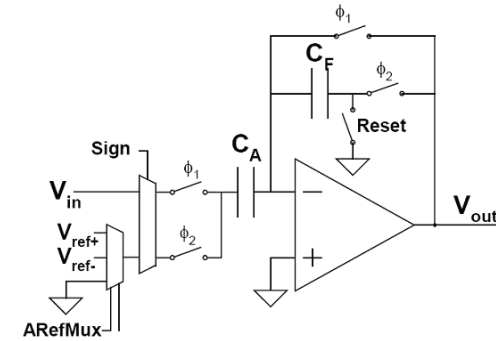
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

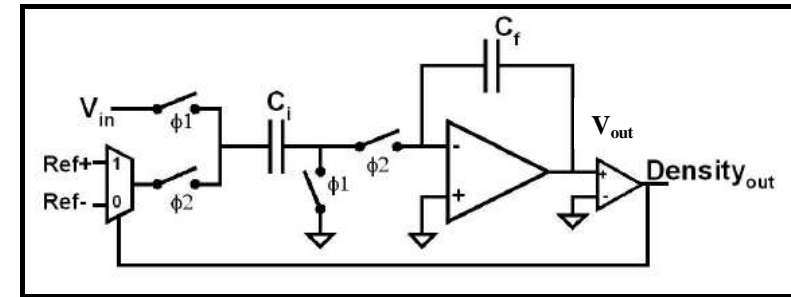


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

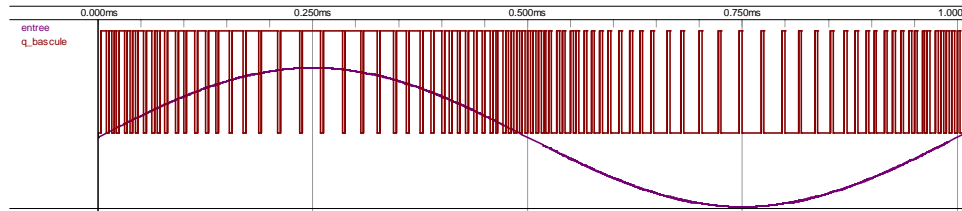
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

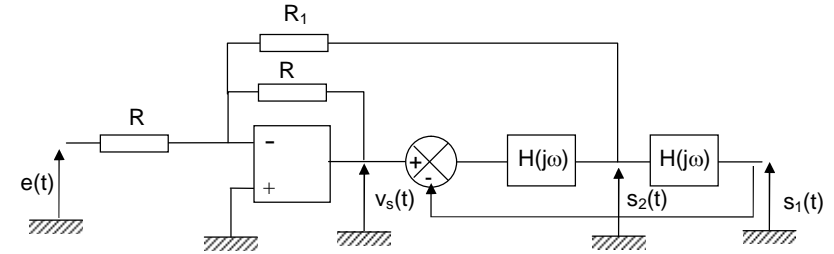
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

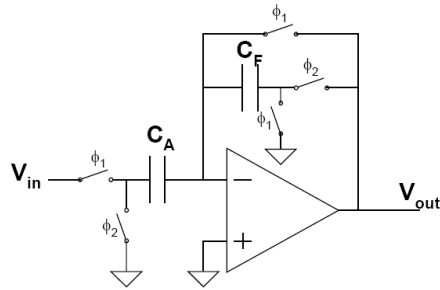


## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

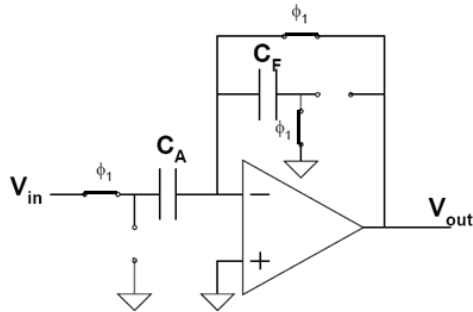
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

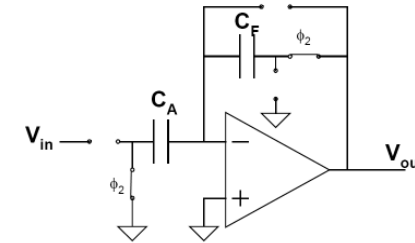
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

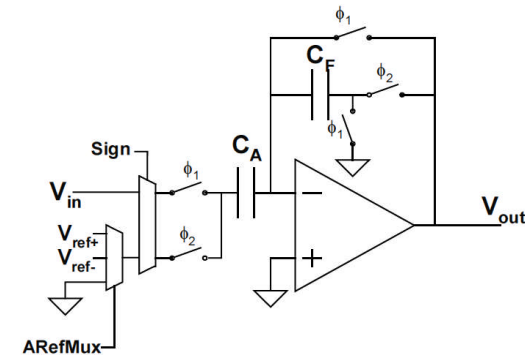
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

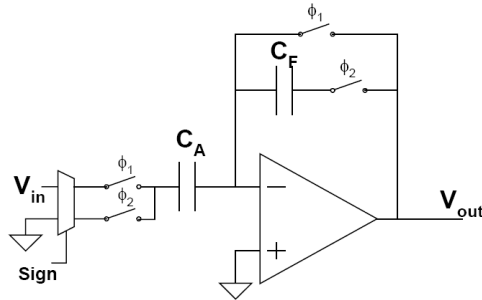


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

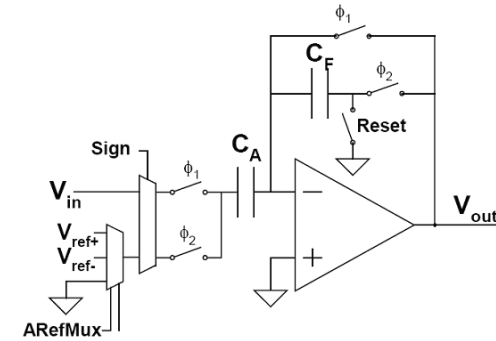
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

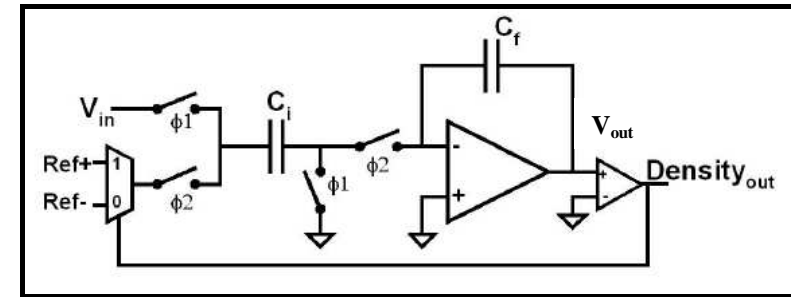


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

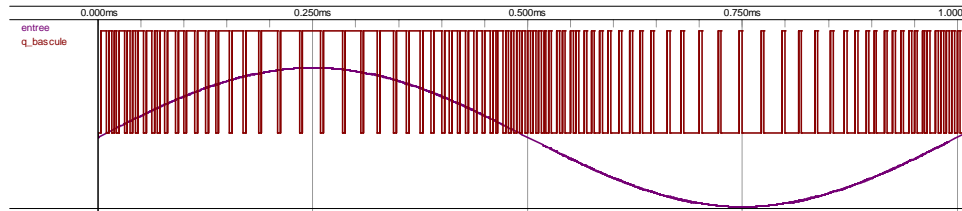
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

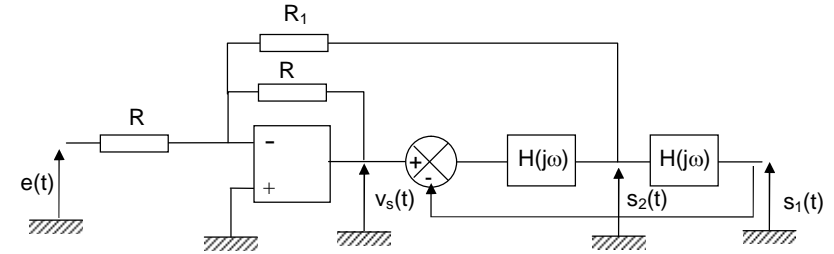
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

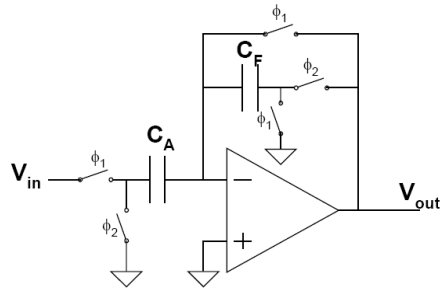
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

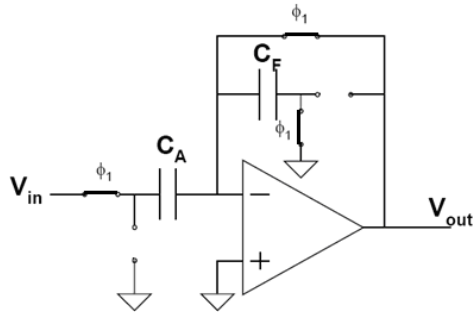
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

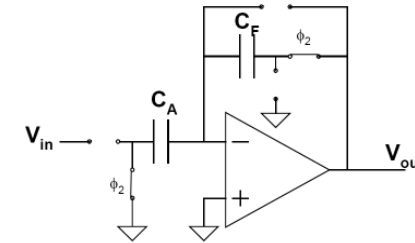
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

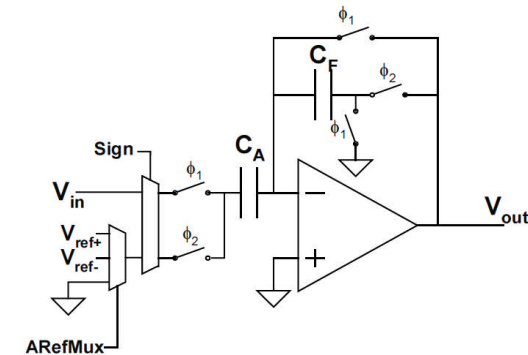
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

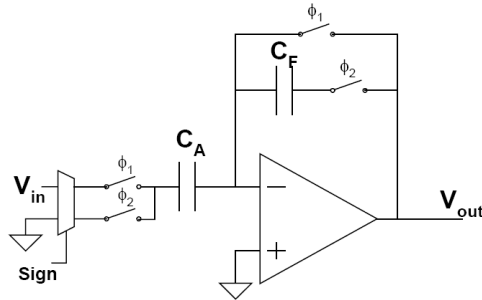


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

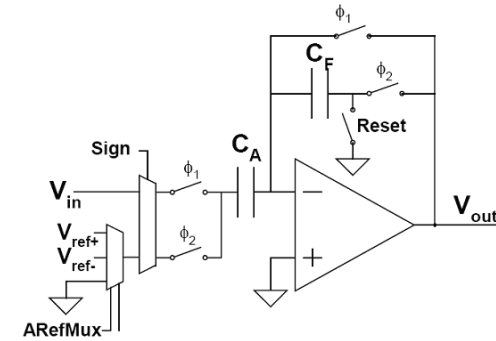
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

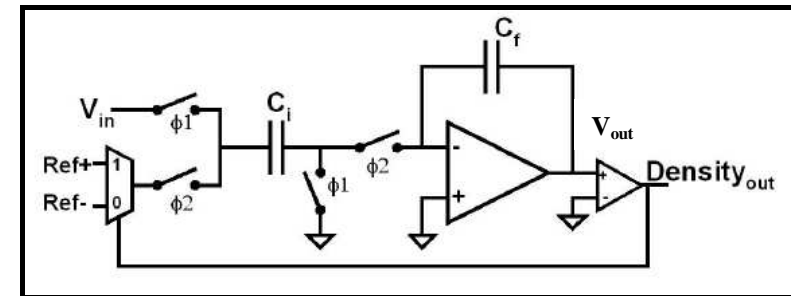


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

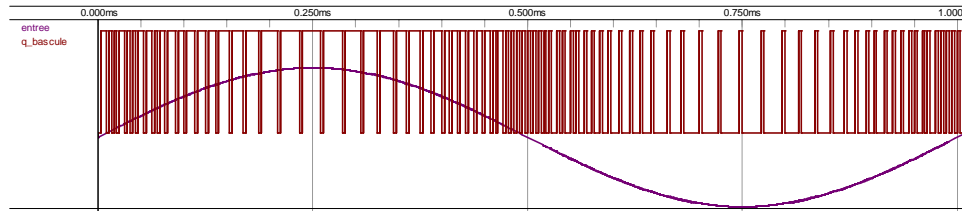
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

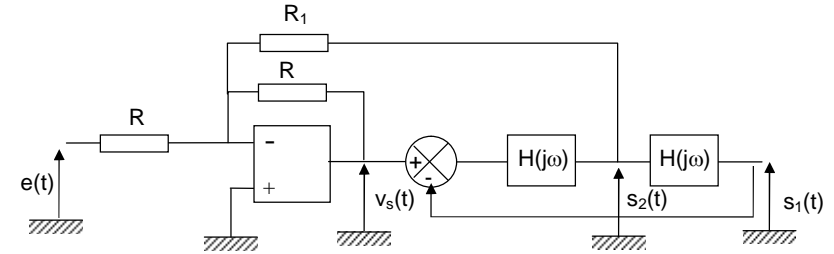
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

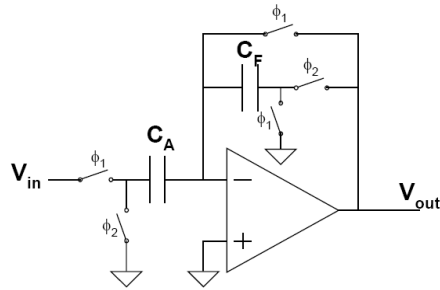
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

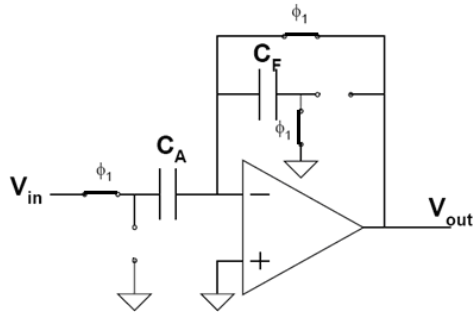
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

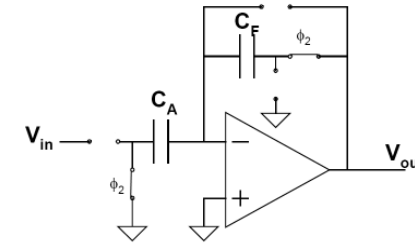
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

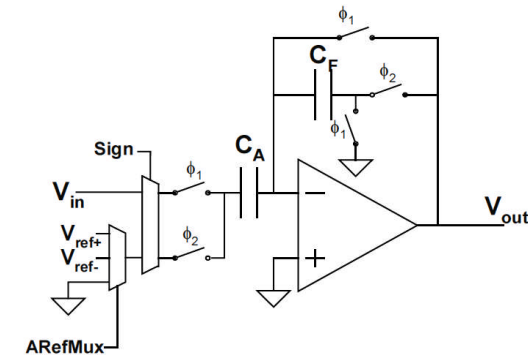
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

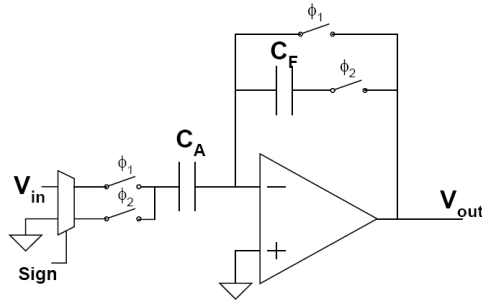


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

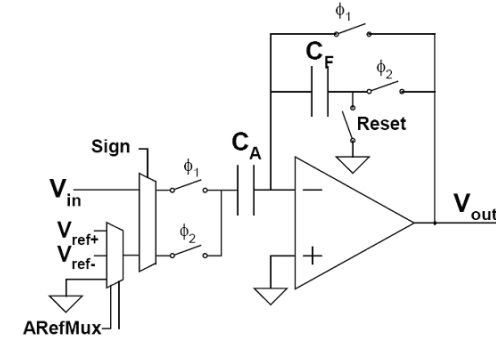
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

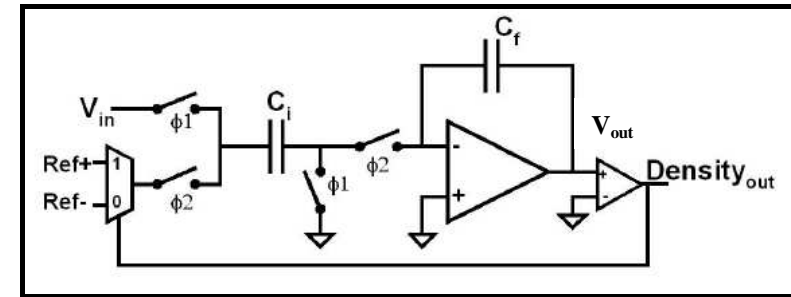


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

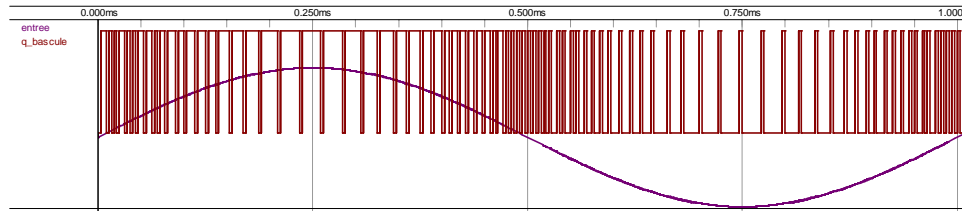
- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .



Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

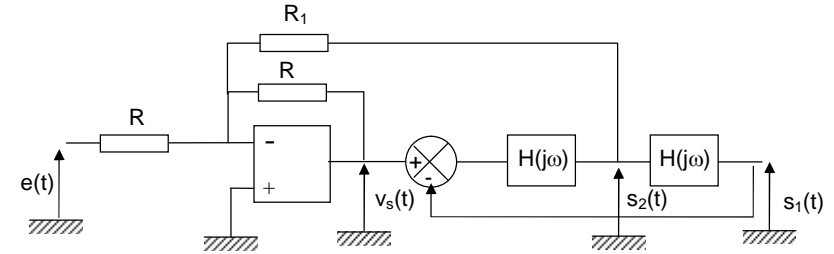
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

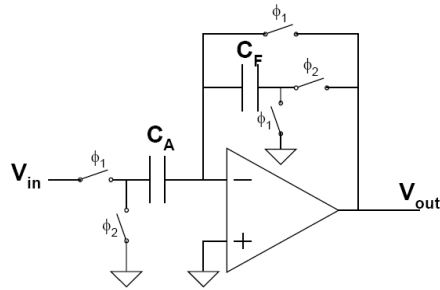
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

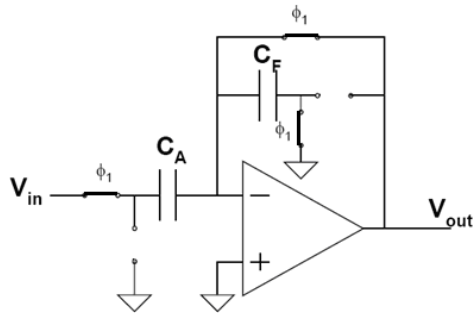
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

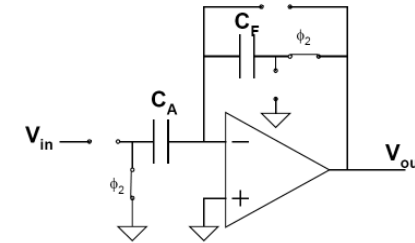
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

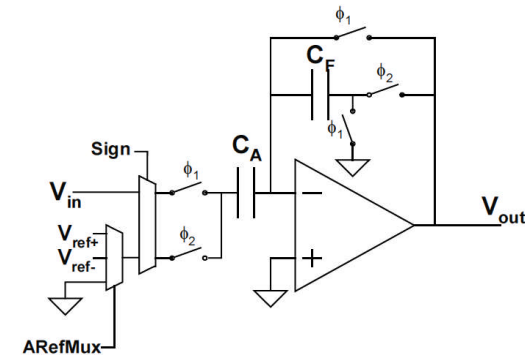
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

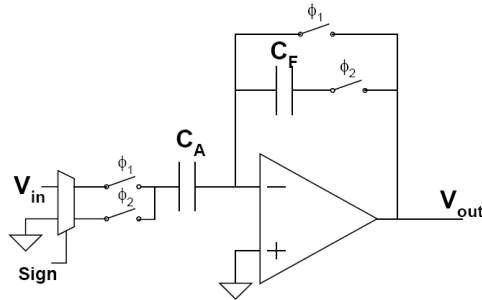


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

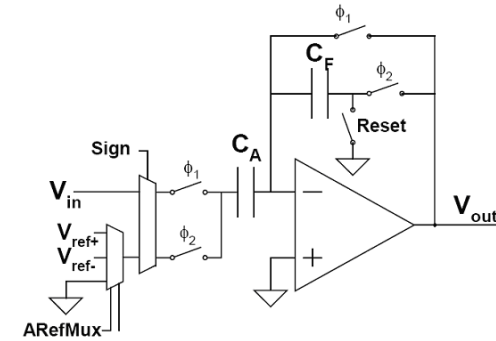
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

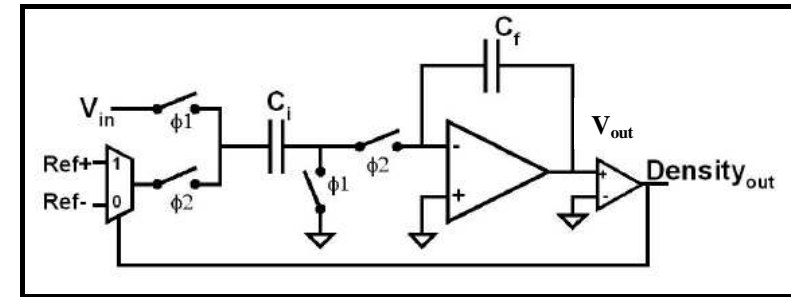


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5$  V ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à 0V ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

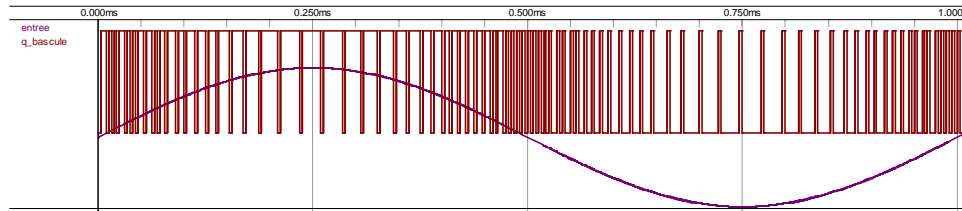
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref+$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref-$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5V]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et 0V.

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

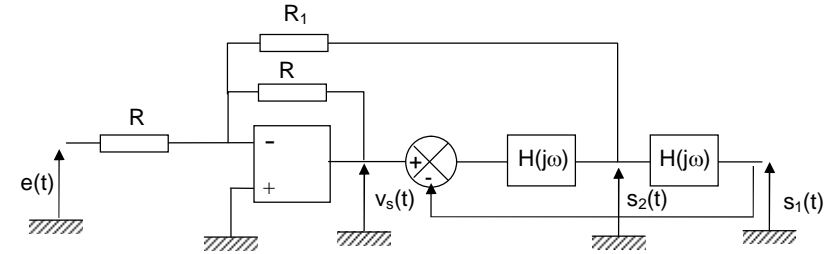
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrit sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

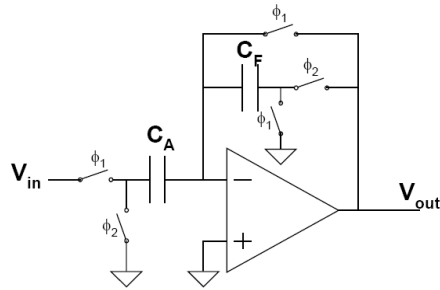
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme : 
$$T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
. Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

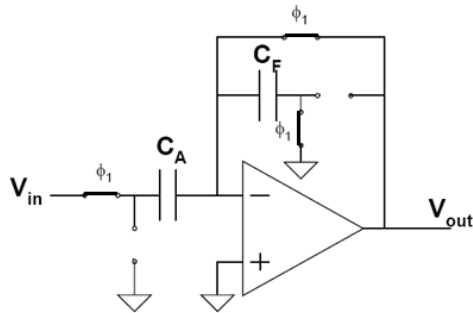
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

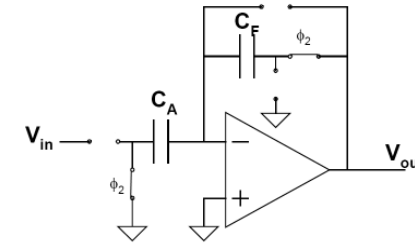
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

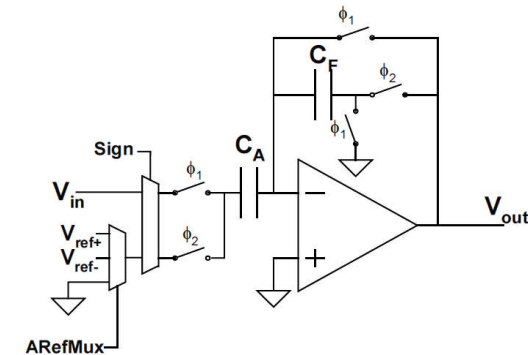
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

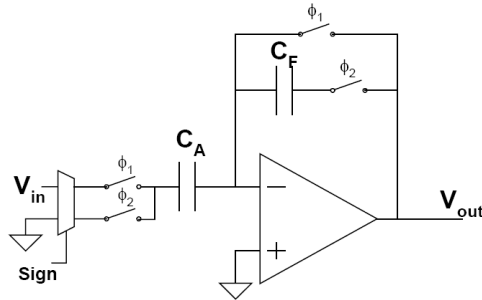


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

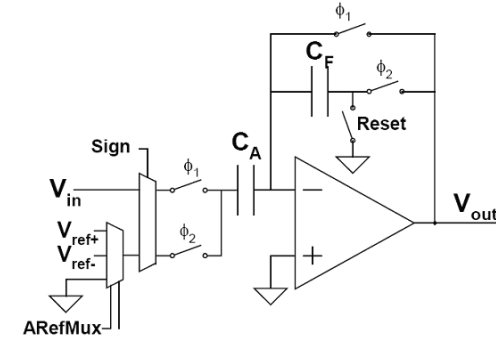
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

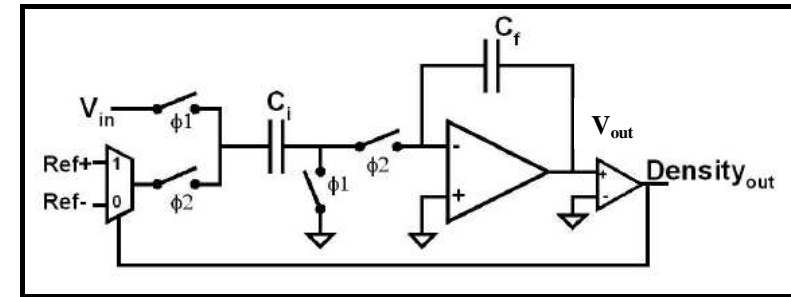


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{ V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

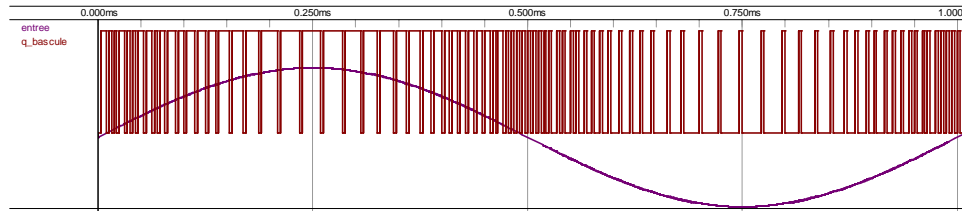
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+, Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

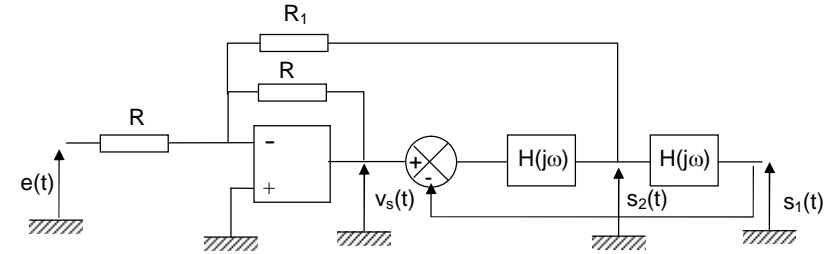
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

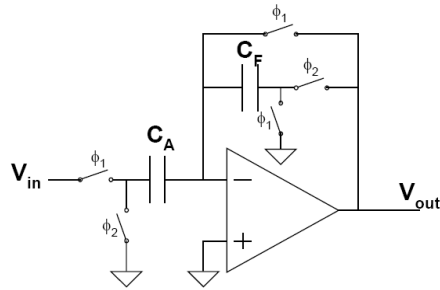
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

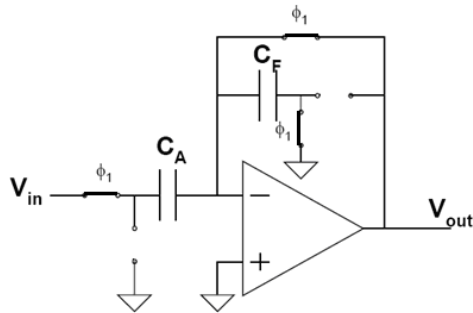
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

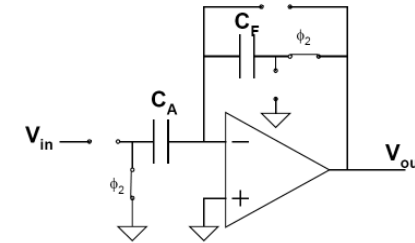
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

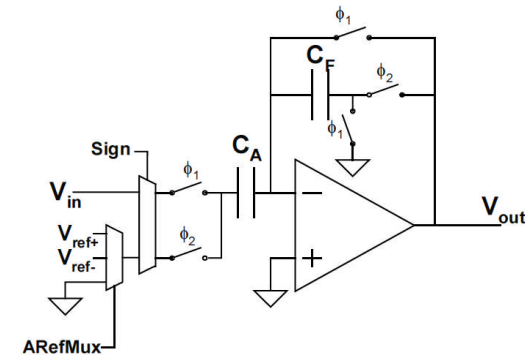
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique



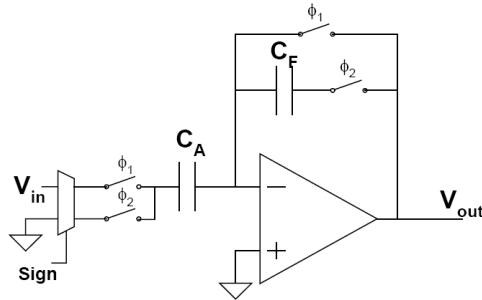
**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.



## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

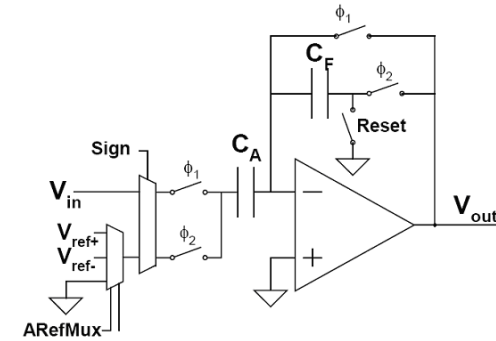
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

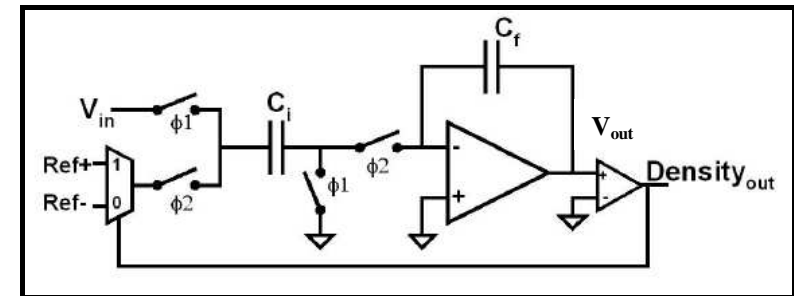


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

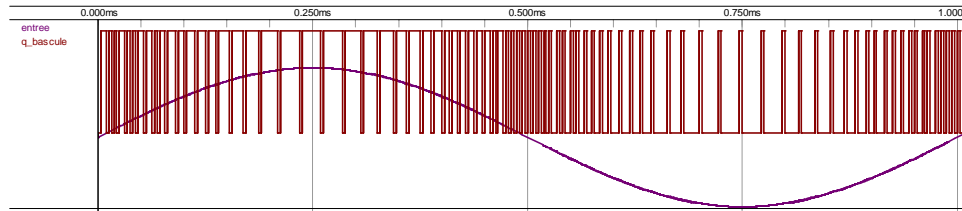
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

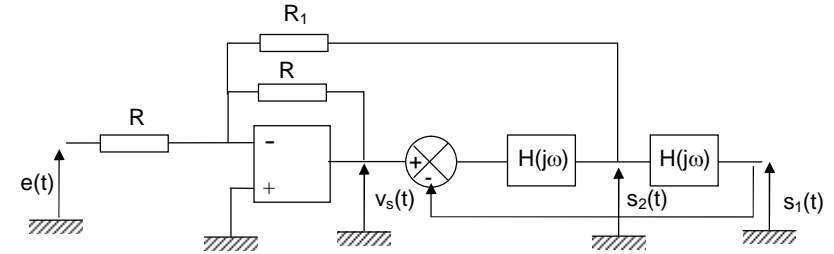
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

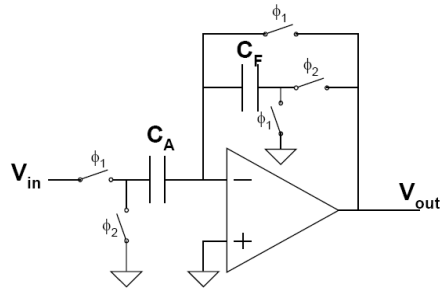
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

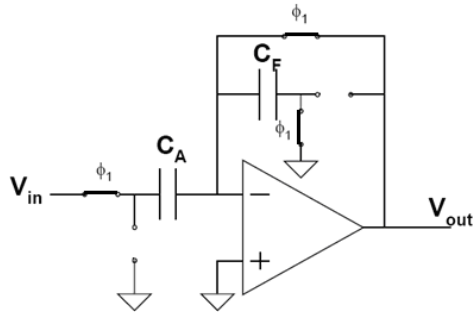
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

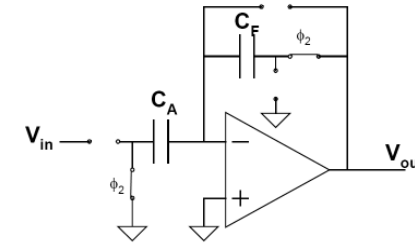
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

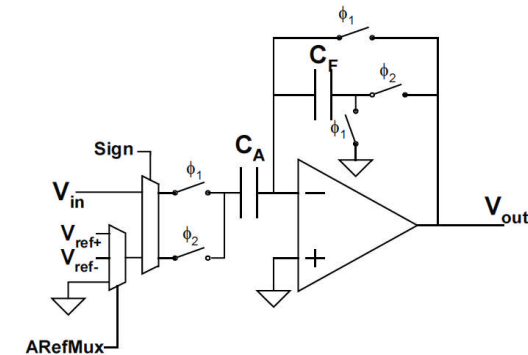
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

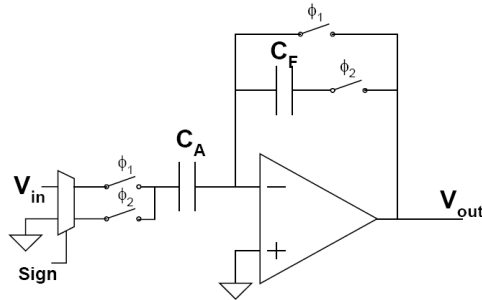


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

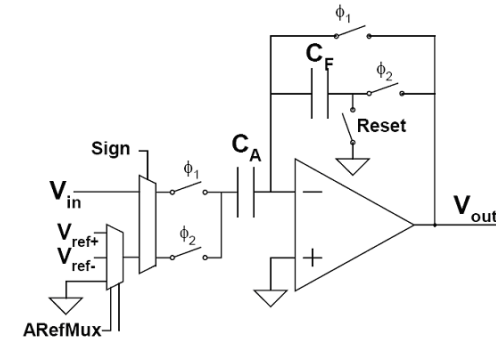
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

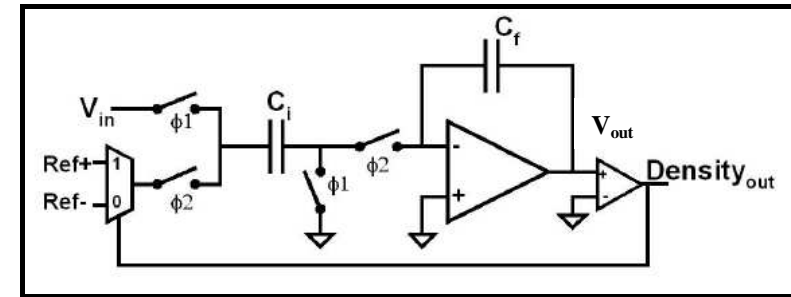


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5$  V ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à 0V ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

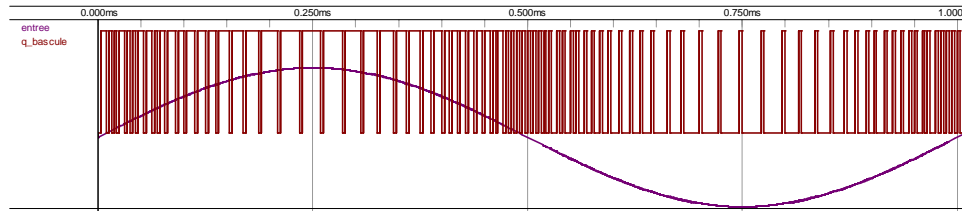
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref+$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - Ref-$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5V]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et 0V.

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

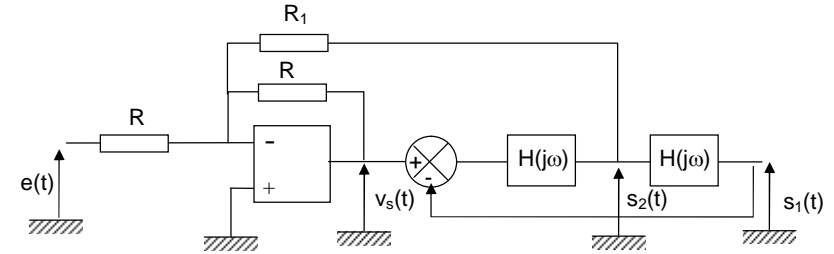
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

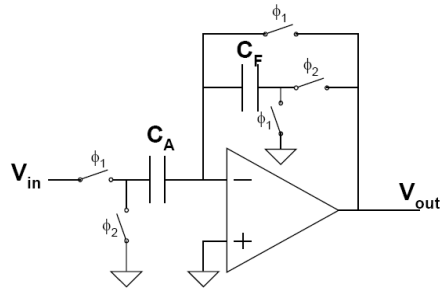
- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

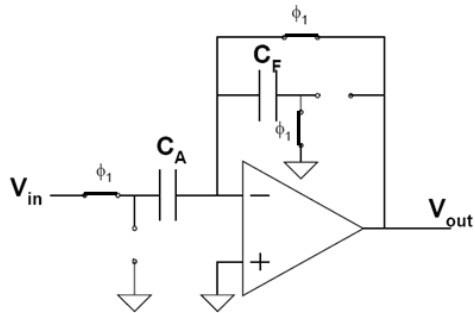
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

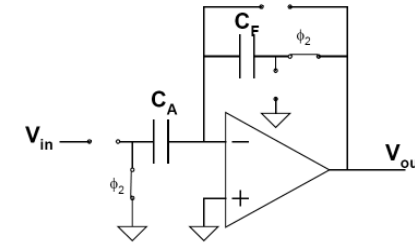
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

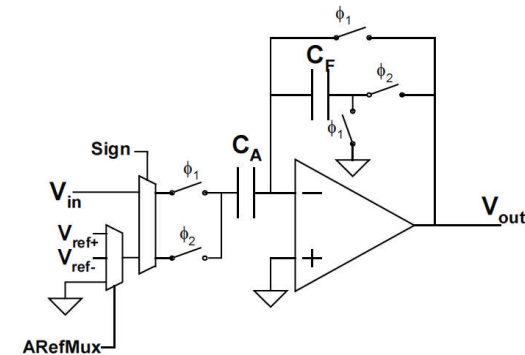
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

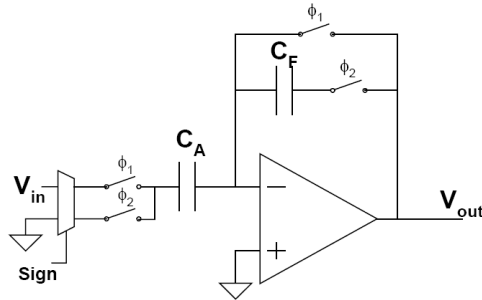


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

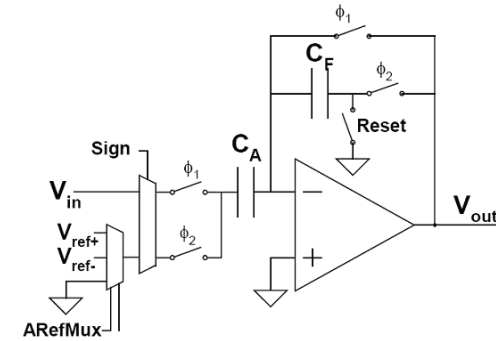
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

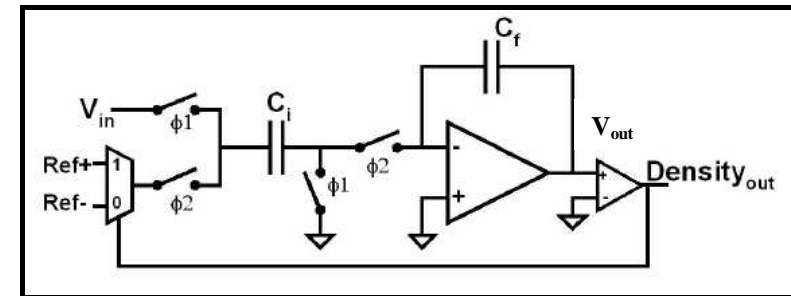


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

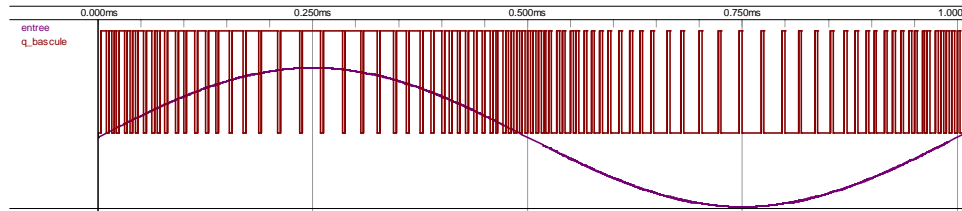
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

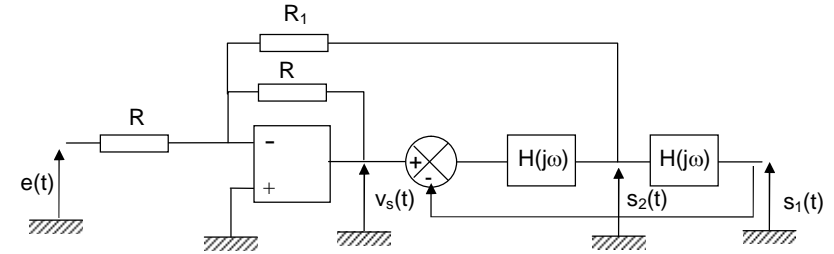
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.

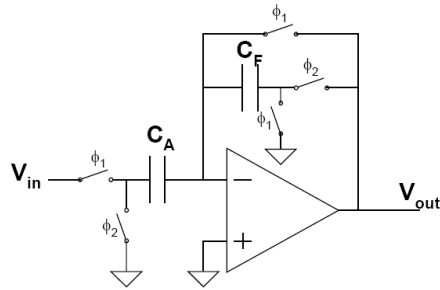


## Modulateur delta-sigma

Nous allons, ici, étudier le principe de la modulation Delta Sigma utilisée dans les convertisseurs du même nom, puis étudier son application à la conversion A/N.

### I. Amplificateur non inverseur à capacités commutées

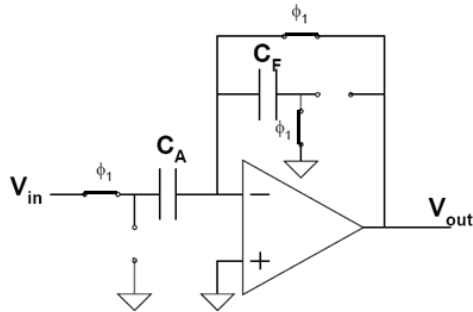
Outre l'A.O, le montage comporte une capacité commutée d'entrée  $C_A$ , une capacité commutée de réaction  $C_F$  et 5 interrupteurs commandés. **Les signaux de commande  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des interrupteurs sont en opposition de phase et sans recouvrement**, de sorte qu'un interrupteur " $\phi_1$ " et un interrupteur " $\phi_2$ " ne peuvent jamais être simultanément fermés. On suppose de plus que **la fréquence de ces signaux de commande est très grande devant celle de  $V_{in}$** , de sorte que  $V_{in}$  peut être considérée comme constante pendant chaque phase de fonctionnement.



Ce circuit présente **deux phases de fonctionnement distinctes** :

- phase  $\Phi_1$  ( $\Phi_1$  fermé) : **acquisition du signal** ;
- phase  $\Phi_2$  ( $\Phi_2$  fermé) : **transfert de la charge**.

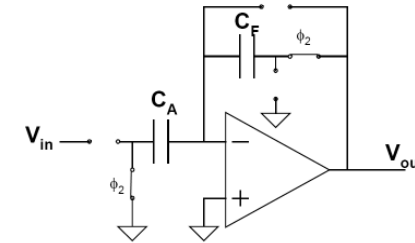
#### I.1. Phase d'acquisition ( $\Phi_1$ fermé, $\Phi_2$ ouvert)



**I.1.a.** Justifiez le fait que la tension de sortie  $V_{out}$  est constamment nulle durant cette phase.

**I.1.b.** Exprimez en fonction de  $V_{in}$  la charge  $Q_A$  accumulée par  $C_A$  (comptée positivement sur l'armature gauche) à la fin de la phase d'acquisition. Que vaut la charge  $Q_F$  de  $C_F$  (comptée positivement sur l'armature gauche) ?

#### I.2. Phase de transfert ( $\Phi_1$ ouvert, $\Phi_2$ fermé)



On admettra que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire (pendant le régime transitoire,  $C_F$  est parcouru par un courant et assure donc une contre-réaction).

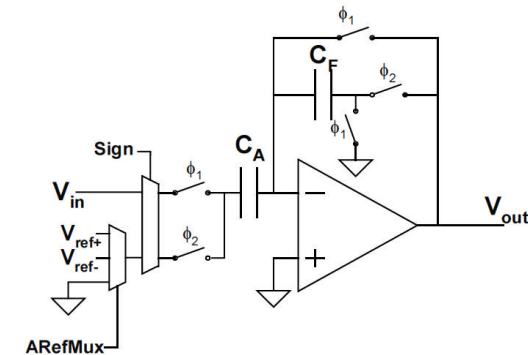
**I.2.a.** Que valent les charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase de transfert ? En déduire que :

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{C_A}{C_F}$$

**I.2.b.** En déduire la fonction remplie par ce montage ?

#### I.3. Changement de potentiel de référence

Dans le schéma ci-dessous, pendant la phase " $\phi_2$ ", la capacité  $C_A$  n'est plus reliée à la masse analogique

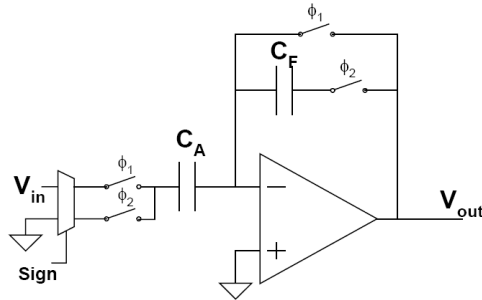


**I.3.a.** Déterminez les expressions des charges  $Q_A$  et  $Q_F$  à la fin de la phase d'acquisition.

**I.3.b.** Déterminez l'expression de la charge  $Q_A$  à la fin de la phase de transfert ; en déduire l'expression de la tension de sortie.

## II. Intégrateur à capacités commutées

La figure ci-après montre un schéma dans lequel l'interrupteur qui permettait précédemment de décharger la capacité de réaction  $C_F$  a été supprimé.



Cela empêche la capacité  $C_F$  de se décharger durant la phase d'acquisition, tout en permettant le transfert de la charge d'entrée pendant l'autre phase : à chaque cycle de fonctionnement, la charge de  $C_F$  augmente de  $C_A V_{IN}$ .

**II.1.** En déduire l'expression de la tension de sortie  $V_{out}[n]$  à la fin du cycle  $n$  en fonction de  $V_{out}[n - 1]$  et de  $V_{in}[n]$ .

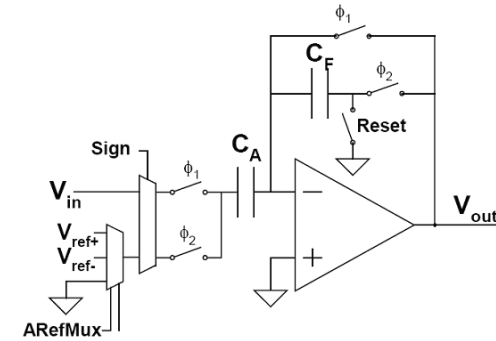
**II.2.** En déduire l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du circuit.

**II.3.** Montrez que la fonction réalisée correspond à une intégration numérique par la méthode des rectangles supérieurs.

**II.4.** Donnez l'expression de la fonction de transfert analogique correspondante et la relation qui lie les tensions d'entrée et de sortie, supposées à temps continu. Comment varie  $v_{out}$  pour une entrée  $v_{in}$  constante et positive ? Même chose pour une entrée constante négative.

### II.5. Changement de référence de potentiel

Comme dans le cas du montage amplificateur non inverseur, il est possible, dans les circuits PSoC de changer la référence des potentiels conformément au schéma ci-dessous.

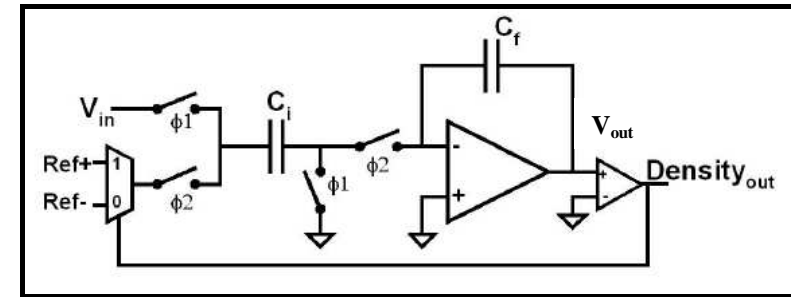


Comment s'écrit  $v_{out}(t)$ , supposée à temps continu, lorsque la sortie du multiplexeur est  $V_{ref+}$  et lorsqu'elle est  $V_{ref-}$  ? Quel est dans chaque cas son sens de variation si  $v_{in}$  appartient à l'intervalle  $[V_{ref-}, V_{ref+}]$  ?

Que devient la relation démontrée en II.1, liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  ?

## III. Modulateur Delta-Sigma

L'intégrateur qui vient d'être étudié est incorporé dans le circuit ci-dessous.



La tension de sortie  $V_{out}$  de l'intégrateur est reliée à l'entrée d'un comparateur qui fournit un signal de sortie logique  $Density_{out}$  (ou  $d_{out}$  en abrégé) qui est :

- égal à la tension d'alimentation  $V_{dd} = 5\text{ V}$  ("1" logique) lorsque  $V_{out} \geq V_{AGND}$  ;
- égal à  $0\text{V}$  ("0" logique) lorsque  $V_{out} < V_{AGND}$ .

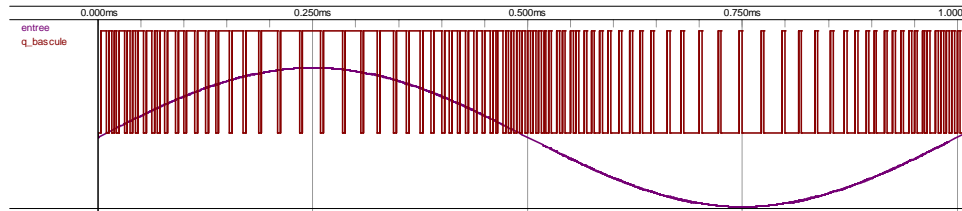
Ce comparateur est synchronisé sur l'horloge  $\phi_2$  (sa sortie ne peut changer que sur les fronts montants de  $\phi_1$ , c'est-à-dire en début de cycle). Le signal de sortie logique  $d_{out}$  du comparateur commande le multiplexeur d'entrée (Ref+,Ref-) :

- quand  $d_{out} = "1"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref+ ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref+}$  et la tension de sortie est décroissante ;
- quand  $d_{out} = "0"$ , la sortie de ce multiplexeur est Ref- ; sur une période, la tension intégrée est  $v_{in} - \text{Ref-}$  et la tension de sortie est croissante.

Le niveau de tension de référence du montage est  $V_{DD}/2$  (Analog Ground), et la gamme de tension du signal d'entrée  $V_{in}$  est  $[0-5\text{V}]$ . Ref+ et Ref- correspondent respectivement aux tensions 5 et  $0\text{V}$ .

Pour les applications numériques, on prendra  $C_i / C_f = 0.5$ .

1. Tracez la caractéristique de transfert statique du comparateur.
2. Montrez qualitativement que le circuit est muni d'une réaction négative empêchant la sortie de l'intégrateur de partir en saturation. Représentez le montage sous la forme d'un schéma bloc faisant intervenir une boucle de rétroaction.
3. Donner les relations liant  $v_{out}[n]$  à  $v_{out}[n - 1]$  et  $v_{in}[n]$  pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 1$  et pour une période de fonctionnement où  $d_{out} = 0$ . Faire l'application numérique
4. Justifier le nom de modulateur Delta-Sigma.
5. En supposant que la tension d'entrée est constante égale à 3.75 V, tracer les formes d'ondes des tensions  $V_{in}$ ,  $V_{ref}$  et  $V_{out}$  pour plusieurs périodes  $T$ .
6. Mêmes question pour  $V_e = 1.25$  puis 2.5V.
7. Expliquer le lien existant entre la tension d'entrée  $V_{in}$  et le flux de bits  $d_{out}$  (bit-stream).
8. Quelles sont les intérêt de cette modulation ? Comparer la forme à celle d'une modulation PWM.



Allure du bitstream obtenu avec une modulation  $\Delta-\Sigma$  pour un signal sinusoïdal "pleine échelle"

## IV. Convertisseur delta-sigma incrémental

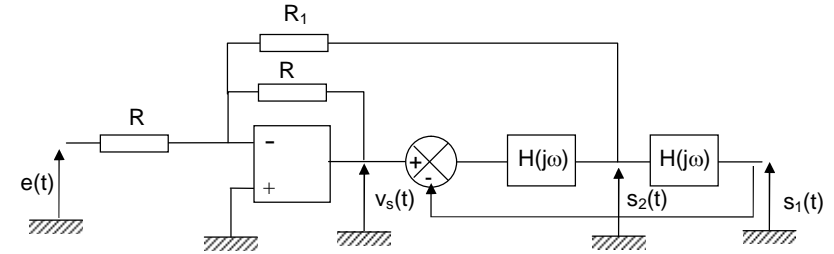
Sur la base d'un modulateur Delta Sigma (DSM), on peut construire un convertisseur analogique/numérique en lui associant un compteur (8 Bits) et un Timer (8Bits) cadencés avec l'horloge T.

Proposer un schéma possible pour réaliser la fonction.

## V. Filtre à capacités commutées

Le circuit intégrateur étudié aux questions II.1 à II.4 est inséré dans le circuit de la figure ci-après, afin de réaliser un filtre. La fonction de transfert de l'intégrateur s'écrira sous la forme :  $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ . Par construction,

la pulsation  $\omega_0 = \omega_c / 50 = 2\pi / 50T_e$ , où  $T_e$  est la période des signaux de commande des interrupteurs.



Filtre à capacités commutées

- V.1. Etablir l'expression de  $V_s$  en fonction de  $S_2$ ,  $e_1$ ,  $R$  et  $R_1$ , puis l'expression de  $S_2$  en fonction de  $V_s$ ,  $S_1$  et  $H$ .
- V.2. Donner l'expression entre  $S_1$ ,  $H$  et  $S_2$ .
- V.3. Des 3 relations obtenues montrer que la fonction de transfert  $T(j\omega) = \frac{s_1(j\omega)}{e_1(j\omega)}$  s'écrit sous la forme :  $T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ . Exprimer  $\lambda$  et  $T_0$  en fonction des éléments du circuit.
- V.4. Quels sont la nature et l'ordre du filtre ?
- V.6. Déterminer la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\lambda=1$ . Quelle est alors la valeur de  $|T(j\omega)|$  ?
- V.7. Quelle valeur doit-on donner à la fréquence  $F_c$  des signaux de commande des interrupteurs si l'on veut que la fréquence de coupure  $F_c$  à -6dB de ce filtre soit égale à 20kHz ?
- V.8. Tracer le diagramme asymptotique en module de la fonction de transfert  $T(j\omega)$ . Esquisser l'allure de la courbe réelle.