Bruit des quadripôles

Comme tout composant électronique est une source de bruit potentielle, un quadripôle ajoute son bruit propre au bruit présent à l'entrée.

Un quadripôle, comme par exemple un amplificateur, contient de nombreux composants et est donc difficile à analyser du point de vue du bruit. Aussi recourt-on à un modèle de bruit du quadripôle pour simplifier cette analyse. Deux approches complémentaires sont possibles :

- définition du facteur de bruit F_0 et de la température équivalente de bruit ; il s'agit là du point de vue utilisé en H.F ;
- définition du modèle de bruit (E_n, I_n) ; c'est le point de vue utilisé en B.F (en particulier pour les amplificateurs opérationnels).

I. Le facteur de bruit

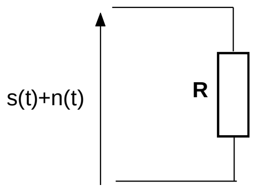
I.1. Rappels

I.1.a. Rapport signal sur bruit

s(t) : signal utile de valeur efficace S

n(t) : bruit de valeur efficace N

Le rapport signal / bruit aux bornes du dipôle est défini par :



$$\boxed{\gamma = \frac{Puissance\,du\,signal\,utile}{Puissance\,du\,bruit} = \frac{P_S}{P_B}}$$

Les puissances de bruit et de signal sont dissipées dans la même résistance R :

$$\boxed{\gamma = \frac{S^2/R}{N^2/R} = \frac{S^2}{N^2}} \qquad \boxed{\gamma_{dB} = 10\log\gamma}$$

I.1.b. Référence des puissances

Les puissances sont généralement exprimées en décibels. Pour un système linéaire transformant une puissance P1 en puissance P2, le gain en puissance est donné par :

$$G_P = 10\log\frac{P_2}{P_1}$$

Pour faire une mesure absolue de puissance, on fixe une référence P_0. On utilise alors la relation :

$$G_{abs} = 10\log\frac{P}{P_0}$$

Si P_0 = 1W, P_{abs} sera notée en dBW ;

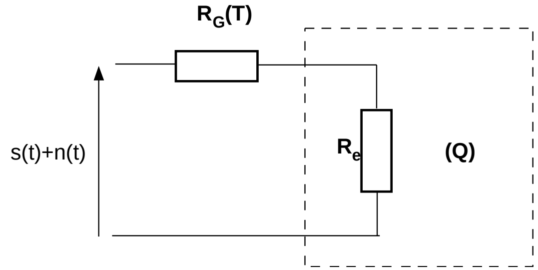
Si P_0 = 1mW, P_{abs} sera notée en dBm .

I.1.c. Bruit d'agitation thermique produit à l'entrée d'un quadripôle par une source extérieure

Soit N_T la f.e.m de bruit thermique créée par la résistance de la source :

$$N_T^2 = 4kTR_G B_n = 4kTR_G\Delta f$$

Soit B_1 la puissance de bruit introduite dans le quadripôle par la source :



$$B_1 = \left(\frac{N_T}{R_G + \mathrm{Re}}.R_e\right)^2.\frac{1}{R_e} = \frac{N_T^2 R_e}{(R_G + R_e)^2}$$

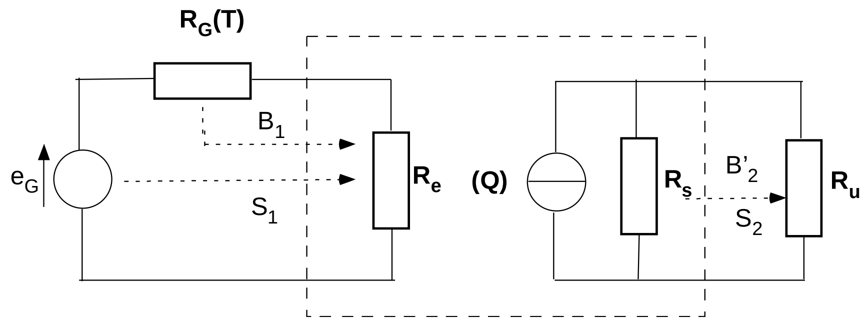
Cette puissance est maximum à l'adaptation $R_G = R_e$:

$$\boxed{B_{1\max} = \frac{N_T^2}{4R_G} = kTB_n}$$

B_{1max} est appelée puissance de bruit utilisable.

I.2. Définition du facteur de bruit d'un quadripôle

Soit Q un quadripôle linéaire, passif ou actif, bruyant, commandé par une source à la température T et débitant sur une charge R_u.



- S_1 = puissance de signal fournie par la source à l'entrée du quadripôle (sinusoïdale)
- S_2 = puissance de signal fournie par le quadripôle à la charge
- B_1 = puissance de bruit fournie par la source à l'entrée du quadripôle
- B'_2 = puissance de bruit fournie par le quadripôle à la charge

$$\boxed{\gamma_1 = \frac{S_1}{B_1} \quad rapport\ signal\,/\,bruit\ à\ l'entrée\ du\ quadripôle}$$

$$\boxed{\gamma_2 = \frac{S_2}{B'_2} \quad rapport\ signal\,/\,bruit\ à\ la\ sortie\ du\ quadripôle}$$

Si le quadripôle était non-bruyant, on aurait : $\gamma_2 = \gamma_1$. Le facteur de bruit du quadripôle pour le montage considéré est défini par :

$$\boxed{F = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} > 1} \text{ ou } \boxed{F_{dB} = \gamma_{1dB} - \gamma_{2dB}}$$

F caractérise la dégradation du rapport signal/bruit entre l'entrée et la sortie du quadripôle.

$$F = \frac{\dfrac{S_1}{B_1}}{\dfrac{S_2}{B_2^{'}}} = \frac{B_2^{'}}{\dfrac{S_2}{S_1}.B_1}$$

Or, $S_2/S_1 = A_p$ représente l'amplification en puissance du quadripôle dans le montage considéré. On en déduit :

$$F = \frac{B_2^{'}}{A_p.B_1}$$

Soit B_2 le bruit que l'on aurait en sortie si le quadripôle était non-bruyant :

$$B_2 = A_P\, B_1$$

Ce bruit représente donc le bruit inévitable en sortie, d'où une définition équivalente du facteur de bruit :

$$\boxed{F = \frac{Bruit\,total\,en\,sortie}{Bruit\,inévitable}}$$

$B'_2 = B_2 + B_Q$ où B_Q représente le bruit généré par le quadripôle. Ce bruit est indépendant du signal et du bruit en entrée.

$B'_2 = B_Q + A_P\, B_1$, d'où :

$$\boxed{F = \frac{B_2^{'}}{B_2} = 1 + \frac{B_Q}{B_2} = 1 + \frac{B_Q}{A_P B_1}}$$

F n'est pas un facteur intrinsèque au quadripôle : il compare le bruit du quadripôle au bruit de la source. Il dépend :

- des valeurs relatives de R_G et R_e ;
- de la température de la source.

Ses conditions d'emploi sont draconiennes :

- Le quadripôle est attaqué par une source adaptée ($R_G = R_e$)
- Le quadripôle est chargé par une charge adaptée ($R_u = R_s$)
- La puissance de bruit est mesurée pour la bande passante du quadripôle
- Le bruit à l'entrée est uniquement constitué du bruit thermique correspondant à la résistance interne du circuit d'attaque
- Le bruit de sortie est alors réduit à sa valeur minimale

En résumé, le quadripôle travaille dans des conditions idéales à tous points de vue.

La relation de définition du facteur de bruit peut aussi s'écrire sous la forme :

$$B_Q = \left[(F-1)A_p\right]B_1$$

Le bruit propre du quadripôle apparaît alors comme égal au bruit en entrée multiplié par une amplification en puissance égale à $(F-1)\,A_p$

I.3. Facteur de bruit normalisé F_0

Le facteur de bruit, censé définir les propriétés de bruit de Q, compare en réalité le bruit propre de Q à celui fourni par la source et transmis. De ce fait, F dépend d'un élément extérieur à Q, à savoir la température T de la source (et de la valeur de sa résistance interne R_G s'il n'y a pas adaptation) : F ne peut donc être qu'un élément de comparaison, par exemple entre 2 quadripôles commandés par la même source (R_G, T).

Pour faciliter cette comparaison, on a normalisé $T = T_0 = 290$ K, d'où l'expression du facteur de bruit normalisé F_0 :

$$\boxed{F_0 = 1 + \frac{B_Q}{A_p k T_0 \Delta f}}$$

I.4. Application numérique

On considère un amplificateur intégré passe-bande H.F pour lequel le constructeur donne les spécifications suivantes :

$f_0 = 60$ MHz ; $B_s = 0.5$ MHz

Entrée et sortie adaptées sur 50 Ω ; $G_p = 35$ dB ; $F_0 = 5$ dB.

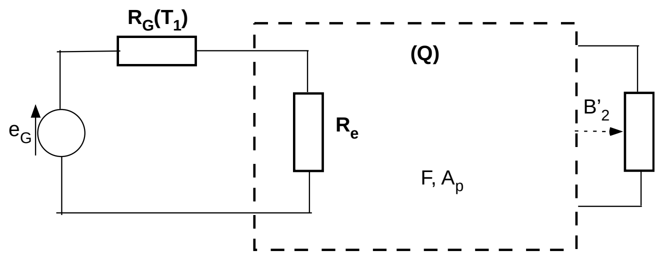
Calculez la tension d'entrée nécessaire pour obtenir en sortie un rapport signal/bruit $\gamma_2 = 60$ dB en sortie.

II. Température de bruit équivalente

Il s'agit d'une notion qui se substitue peu à peu à celle de facteur de bruit dans l'étude des systèmes de transmission.

II.1. Définition

Soit un quadripôle bruyant (Q), commandé par une source à la température T_1. On suppose que l'on a adaptation d'impédance à l'entrée : $R_G = R_e$.



La source de commande fournit donc au quadripôle une puissance de bruit $B_1 = k\,T_1\,B_n$.

Soit A_p l'amplification en puissance (pour une charge donnée) et B_1 la puissance de bruit fournie par la source au quadripôle. On a :

$$B_1 = kT_1B_n \quad B_2 = A_p\,B_1 = A_p\,k\,T_1\,B_n$$

$$B_2^{'} = F\,B_2 = F\,A_p\,k\,T_1\,B_n \quad B_Q = B_2^{'} - B_2 = A_p\,k\,T_1\,B_n\,(F-1)$$

On pose :

$$\boxed{(F-1)T_1 = T_Q \Leftrightarrow F = 1 + \frac{T_Q}{T_1}}$$

T_Q est appelée température équivalente de bruit du quadripôle.

On a alors :

$$B_Q = A_p\,k\,T_Q\,B_n \quad B_2^{'} = B_2 + B_Q = A_p\,k\left(T_1 + T_Q\right)B_n$$

Tout se passe comme si on avait un quadripôle non-bruyant et une source à la température $T_1 + T_Q$.

Q est alors caractérisé de façon intrinsèque.

Calcul de T_Q

$$\begin{cases} B_1 = k\,T_1\,B_n & B_2^{'} = A_p k T_1 B_n + B_Q \\ B_1^{'} = k\left(T_1 + T_Q\right)B_n & B_2^{'} = A_p k\left(T_1 + T_Q\right)B_n \end{cases} \Rightarrow \boxed{T_Q = \frac{B_Q}{A_p\,k\,B_n}}$$

Relation avec le facteur de bruit normalisé

$$\boxed{F_0 = 1 + \frac{B_Q}{B_2} = 1 + \frac{A_p\,k\,T_Q\,B_n}{A_p\,k\,T_0\,B_n} = 1 + \frac{T_Q}{T_0}}$$

Pour les quadripôles à faible bruit, la "sensibilité" de T_Q est meilleure.

F_0 (dB)	0.05	0.10	0.20
F_0 (lin)	1.012	1.023	1.047
T_Q (K)	3.4	6.8	14

Application numérique

Pour le circuit étudié précédemment, calculez la température équivalente de bruit (T_Q = 626 K).

II.2. Association de quadripôles en cascade

On considère, par exemple, le cas de 3 quadripôles Q_1, Q_2 et Q_3, de températures équivalentes de bruit respectives T_{Q1}, T_{Q2}, T_{Q3}, cascadés dans cet ordre, le quadripôle Q_1 étant commandé par une source à la température T_1. On suppose que l'adaptation d'impédances est réalisée à l'entrée et entre étages.

La puissance de bruit en sortie s'écrit :

telecom Saint-Etienne 3 Bruit dans les circuits intégrés

$$B = k\,T_1\,A_{p_1}\,A_{p_2}\,A_{p_3} + k\,T_{Q_1}\,A_{p_1}\,A_{p_2}\,A_{p_3} + k\,T_{Q_2}\,A_{p_2}\,A_{p_3} + k\,T_{Q_3}\,A_{p_3}$$

La puissance de bruit équivalente à l'entrée est égale à $B/(A_{p1}.\,A_{p2}.\,A_{p3})$:

$$B = k\left(T_1 + T_{Q_1} + \frac{T_{Q_2}}{A_{p_1}} + \frac{T_{Q_3}}{A_{p_1}A_{p_2}}\right)B_n = k\left(T_1 + T_{eq}\right)B_n$$

d'où la température de bruit équivalente (à l'entrée de la chaîne) :

$$\boxed{T_{eq} = T_Q = T_{Q1} + \frac{T_{Q_2}}{A_{p_1}} + \frac{T_{Q_3}}{A_{p_1}A_{p_2}}}$$

Si $A_{P1} >> 1$, $T_Q \approx T_{Q1}$: le bruit vient essentiellement du premier étage.

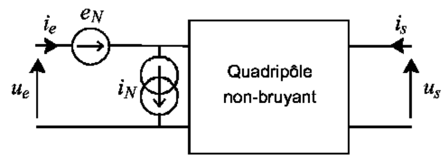
Facteur de bruit

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_{p_1}} + \frac{F_3 - 1}{A_{p_1}A_{p_2}}$$

III. Le modèle (E_n, I_n)

III.1. Définition

Un quadripôle bruyant (Q) peut se représenter sous la forme d'un quadripôle non bruyant (Q^*) auquel sont associés une source de tension de bruit et une source de courant de bruit en entrée.



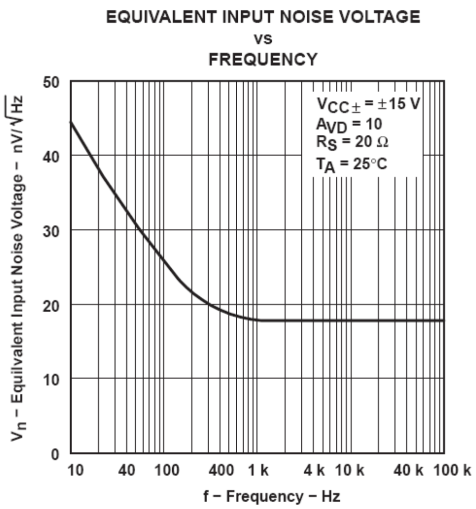
Représentation matrice de chaîne, sources de bruit ramenées en entrée.

L'ensemble (Q^*, E_n, I_n) fournit en sortie le même bruit que (Q). E_n et I_n sont définis pour une fréquence f (dans une bande de fréquence Δf = 1 Hz) ; ils varient en fonction de la fréquence. On trouve :

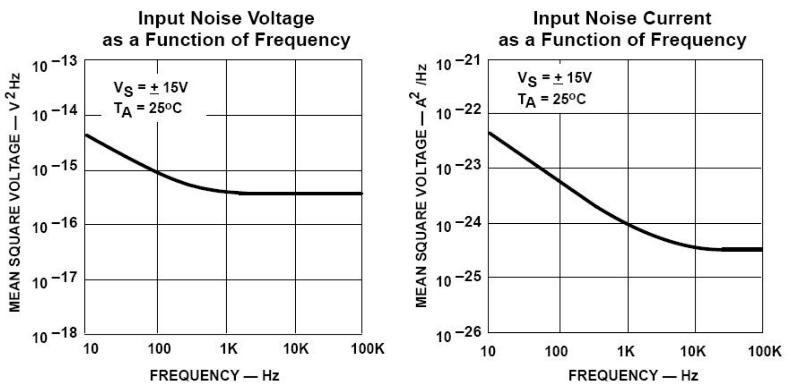
$$E_n^2 : V^2/Hz \quad E_n : V/\sqrt{Hz}$$

$$I_n^2 : A^2/Hz \quad I_n : A/\sqrt{Hz}$$

Les constructeurs d'amplificateurs opérationnels spécifient les performances de leurs circuits à l'aide de ce modèle (voir ci-dessous).



Amplificateur opérationnel TL081



Amplificateur opérationnel 741

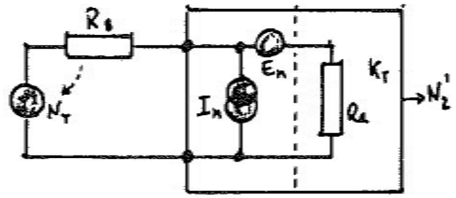
telecom Saint-Etienne 3 Bruit dans les circuits intégrés

III.2. Bruit équivalent à l'entrée

III.2.a. Calcul du bruit en sortie

A partir du schéma de bruit ci-contre, on calcule :

$$N_2^{'2} = \left[\left(N_T^2 + E_n^2 \right) \left(\frac{R_e}{R_e + R_s} \right)^2 + \left(\frac{R_e R_s}{R_e + R_s} \right)^2 I_n^2 \right] . A_v^2$$



A_v représentant l'amplification en tension du quadripôle.

Pour le signal, la puissance en sortie est donnée par :

$$S_2 = U^2 = E^2 \left(\frac{R_e}{R_e + R_s} \right)^2 . A_v^2$$

D'où la possibilité de calculer $\gamma_2 = S_2 / B'^2$, ce qui, en définitive, nous intéresse.

III.2.b. Bruit équivalent à l'entrée

Soit K_T le coefficient d'amplification entre la sortie et la f.e.m de la source ; on a :

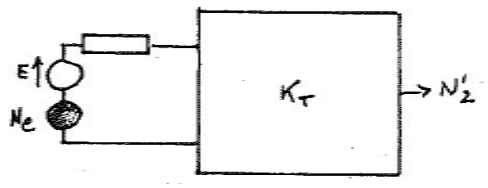
$$K_T = \frac{R_e}{R_e + R_s} . A_v$$

Divisons $N_2^{'2}$ par K_T^2 et posons : $N_e^2 = N_2^{'2} / K_T^2$; on a alors :

$$\boxed{N_e^2 = N_T^2 + E_n^2 + R_s^2 \, I_n^2}$$

N_e est le bruit équivalent à l'entrée.

Le nouveau schéma est donc constitué d'un quadripôle non bruyant Q^*, de transmittance K_T, commandé par une source de bruit N_e (et une source de signal E). A la sortie, le rapport signal/bruit est donné par :



$$\gamma_2 = \frac{S_2}{B_2^{'}} = \frac{K_T^2 \, E^2}{K_T^2 \, N_e^2} = \frac{E^2}{N_e^2}$$

On remarque que l'impédance d'entrée Z_e disparaît dans cette façon de faire. En réalité, elle est contenue dans K_T et réapparaît lorsqu'on veut calculer explicitement B'_2 et S_2.

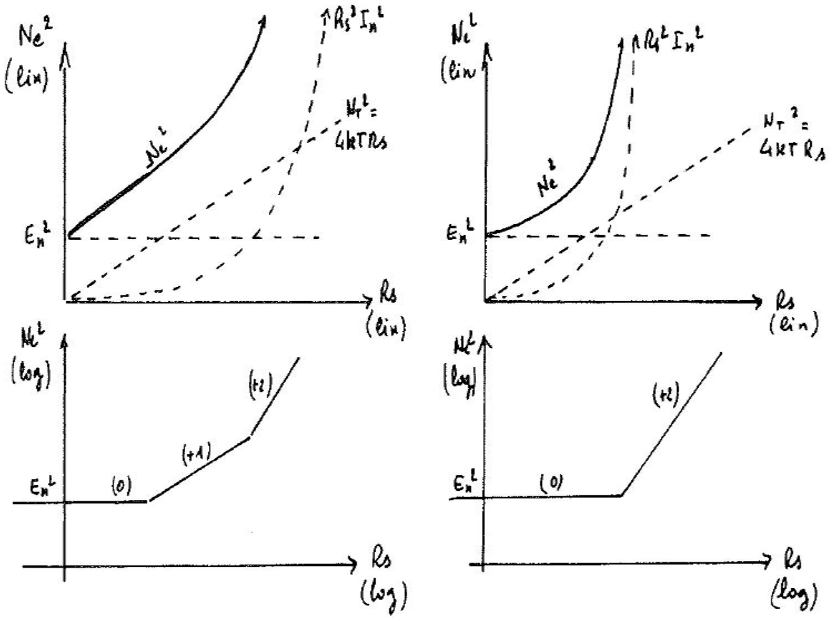
Remarque

Dans le cas où les sources $E_n$et I_n seraient corrélées, on écrirait :

$$N_e^2 = N_T^2 + E_n^2 + R_s^2 \, I_n^2 + 2C.\left(E_n \right).\left(R_s \, I_n \right)$$

III.2.c. Courbes

Selon les valeurs respectives de E_n et I_n, on peut trouver les deux allures ci-dessous.



Application numérique

Un professeur veut faire vérifier à ses étudiants la loi de Nyquist, pour R compris entre 0 et 100 kΩ. Que doit valoir le I_n de l'amplificateur de mesure ?

On veut que le bruit ramené à l'entrée de l'amplificateur puisse s'écrire sous la forme :

$$N_e^2 = N_T^2 + E_n^2 = E_n^2 + 4kT\,R_s$$

Il faut donc que le terme $R_s^2 I_n^2$ soit environ le 100ème de $4kTR_s$:

$$R_s^2 I_n^2 \leq \frac{1}{100} 4kT\,R_s \qquad I_n^2 \leq \frac{4kT}{100 R_s} = 16.10^{-28}\ A^2/Hz$$

$$I_n \leq 4.10^{-14}\ A/\sqrt{Hz}$$

Ceci impose un étage d'entrée à FET.

III.2.d. Mesures

La simplicité des mesures des éléments du modèle justifie son succès :

- lorsque la résistance R_S de la source est nulle, on a : $N_e^2 = E_n^2$;
- lorsque R_S est grande, le terme $R_s^2 I_n^2$ devient dominant et on a : $N_e^2 \approx R_s^2 I_n^2$

Voir pour plus de détails la note d'application Texas Instruments *Noise Analysis in Operational Amplifier Circuits.*

IV. Relation entre facteur de bruit et modèle (E_n, I_n)

On a :

$$F_0 = \frac{Puissance\,de\,bruit\,totale}{Puissance\,de\,bruit\,thermique\,de\,la\,source} = \frac{N_e^2}{N_T^2}$$

$$F_0 = \frac{4kT_0 R_S + \left(E_n^2 + R_s^2 I_n^2\right)}{4kT_0 R_S} = 1 + \frac{E_n^2}{4kT_0 R_S} + R_S \frac{I_n^2}{4kT}$$

F_0 est donc fonction de la résistance de la source. Il passe par un minimum F_{0min} pour une valeur particulière R_{opt} de R_S :

$$\frac{E_n^2}{4kT_0 R_{opt}} = R_{opt} \frac{I_n^2}{4kT}$$

$$\boxed{R_{opt} = \frac{E_n}{I_n} \qquad F_{0\min} = 1 + \frac{2E_n I_n}{4kT_0}}$$

Discussion

- Pour un amplificateur donné, on obtient le minimum de bruit en sortie pour $R_S = 0$ ($N_e^2 = E_n^2$) ; remarquons que F_0 tend alors vers l'infini (tout le bruit vient du quadripôle).
- Pour une résistance de source R_S donnée, il existe un amplificateur optimal qui ajoute le minimum de bruit au bruit thermique de la source : c'est celui, caractérisé par (E_n, I_n), tel que :

$$\frac{E_n}{I_n} = R_{opt} = R_S.$$

En général, il est difficile de fabriquer cet amplificateur. Aussi utilise-t-on la technique de transformation d'impédances par transformateur.

- R_{opt} est différente de la valeur réalisant l'adaptation d'impédances ; ceci n'est pas un problème en BF.